



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Departamento de Física

*Sistemas cuánticos bajo la influencia de condiciones
externas: fluctuaciones y decoherencia.*

por **PAULA INÉS VILLAR**

Director de Tesis: Fernando César Lombardo

Lugar de Trabajo: Departamento de Física, FCEN, UBA

Trabajo de Tesis para optar por el título de
Doctor de la Universidad de Buenos Aires en el área de Ciencias Físicas.

Diciembre 2007

A mi familia

Resumen

Un tema de mucho interés en numerosas ramas de la Física es el estudio del mecanismo por el cual ocurre la transición cuántico-clásica. Este es un tema largamente debatido en la historia de la mecánica clásica.

Actualmente, una explicación razonable es que los sistemas macroscópicos se comportan clásicamente debido a su interacción con el entorno. Son sistemas cuánticos abiertos que interactúan con otros sistemas (o partes de ellos). Esa interacción produce en el sistema en estudio o relevante, efectos disipativos y/o más sofisticados como ser la aparición de una base privilegiada (entre los numerosos estados en su espacio de Hilbert) en la que el sistema presentará aspectos clásicos (base de punteros).

En esta Tesis estudiaremos el proceso de pérdida de coherencia, entrelazamiento y excitación energética inducida en los sistemas originalmente cuánticos debido a la presencia de un entorno.

En primer lugar, nos dedicaremos a analizar las fluctuaciones de vacío del entorno como fuente del proceso de *pérdida de coherencia* (o bien, decoherencia). El acoplamiento de un sistema cuántico a un entorno generalmente produce fluctuaciones de la energía de la partícula de prueba aún a temperatura cero. Luego, extenderemos este análisis analítico y numérico a entornos más generales a temperatura estrictamente cero y en el límite de alta temperatura. Finalmente, mostraremos que una vez que el subsistema en cuestión perdió coherencia y se “hizo clásico”, tiene chances de excitarse energéticamente, aún en presencia de un entorno cuántico a temperatura cero.

Por otro lado, estudiaremos el proceso de decoherencia en sistemas compuestos y en el caso de partículas cargadas en campos electromagnéticos. En ese contexto, aplicaremos nuestras estimaciones analíticas a experimentos de interferencia y pondremos condiciones para la medición de la fase geométrica en el caso de estados mixtos que evolucionan de manera no unitaria.

Finalmente, estudiaremos la pérdida de coherencia en teoría de campos durante transiciones de fase. En ese contexto, utilizaremos el método de la funcional de decoherencia, sin la necesidad de pasar por la ecuación maestra. Estudiamos configuraciones de campo que difieren entre sí en su amplitud, pero tienen igual distribución espacial, así como también historias de campo con diferente localización en el espacio.

Palabras claves: Movimiento Browniano Cuántico-Teoría de la Decoherencia-Fluctuaciones Cuánticas- Efecto Túnel-Fases Geométricas

Abstract

Macroscopic quantum states are never isolated from their environments. They are not closed quantum systems, and therefore they cannot behave according to the unitary quantum-mechanical rules. Consequently, these so often called classical systems suffer a loss of quantum coherence that is absorbed by the environment. This decoherence destroys quantum interferences. For our everyday world, the time scale at which the quantum interferences are destroyed is so small that, in the end, the observer is able to perceive only one outcome. As far as we see, decoherence is the main process behind the quantum to classical transition. Formally, it is the dynamic suppression of the interference terms induced on subsystems due to the interaction with an environment.

Therefore, in this Thesis, we shall analyze the effects that general environments, namely ohmic and non-ohmic, at zero and high temperature induce over a quantum Brownian particle. We state that the evolution of the system can be summarized in terms of two main environmental induced physical phenomena: decoherence and energy activation. In this Thesis, we shall show that the latter is a post-decoherence phenomenon. As the energy is an observable, the excitation process can be consider a direct indicator of the system-environment entanglement particularly useful at zero temperature.

From other point of view, we shall study different attempts to show the decoherence process in double-slit-like experiments both for charged particles (electrons) and for neutral particles with permanent dipole moments. Interference will be studied when electrons or atomic systems are coupled to classical or quantum electromagnetic fields. In this context, we shall show that the interaction between the particles and time-dependent fields induces a time-varying Aharonov phase. In this context, we shall apply our results to a real matter wave interferometry experiment. We shall also show under which general conditions the geometry phase of a quantum open system can be observed.

Finally, we shall study the decoherence process during a quantum phase transition. In this framework, we shall show that it can be phrased easily in terms of the decoherence functional, without having to use the master equation. To demonstrate this, we shall consider the decohering effects due to the displacement of domain boundaries, with implications for the displacement of defects, in general. We shall see that decoherence arises so quickly in this event, that it is negligible in comparison to decoherence due to field fluctuations in the way defined in previous papers.

Keywords: Quantum Brownian Motion- Decoherence Theory- Quantum Fluctuations-Tunel Effect-Geometric Phases

Tabla de Contenidos

Índice	1
Introducción	3
1 Sistemas cuánticos abiertos	9
1.1 Sistemas cuánticos cerrados y abiertos	12
1.2 Dinámica de los sistemas cuánticos abiertos	14
1.3 Movimiento Browniano Cuántico	16
1.3.1 Funcional de influencia de Feynman y Vernon	19
1.3.2 Ecuación maestra	23
1.4 El proceso de pérdida de coherencia	26
2 Efectos difusivos inducidos por fluctuaciones cuánticas	29
2.1 El modelo	30
2.2 Entornos óhmicos	31
2.2.1 Pérdida de coherencia a temperatura cero	34
2.3 Entornos no óhmicos	38
2.3.1 Pérdida de coherencia a temperatura cero	43
2.4 Excitación energética debido a los efectos de ruido del entorno	49
2.4.1 Límite de temperatura alta	50
2.4.2 Temperatura cero	54
3 Efecto túnel, pérdida de coherencia y activación energética	61
3.1 El modelo	63
3.2 Efecto túnel y pérdida de coherencia en el límite de temperatura alta	65
3.2.1 La pérdida de coherencia inhibe el efecto túnel	67
3.2.2 Activación térmica en el límite clásico	72
3.3 Efecto túnel y pérdida de coherencia a temperatura estrictamente cero . . .	75
4 Pérdida de coherencia inducida por entornos compuestos	85
4.1 El modelo	87
4.1.1 Formulación general	87
4.1.2 Método de la funcional de influencia	88
4.1.3 La funcional de influencia aplicada al subsistema A	90
4.2 Coeficiente de difusión de la ecuación maestra	94
4.3 Pérdida de coherencia en A	100

4.3.1	Estimación del tiempo de pérdida de coherencia	103
5	Fases geométricas y pérdida de coherencia	107
5.1	Fases geométricas cuánticas	108
5.1.1	Esfera de Bloch	110
5.1.2	Implementación adiabática del transporte paralelo	111
5.1.3	Efecto Aharonov-Bohm y Aharonov-Casher	113
5.2	Pérdida de coherencia inducida por una fase de Aharonov-Casher fluctuante	113
5.2.1	Dipolos coherentes y una onda plana	116
5.2.2	Dipolos coherentes en una guía de ondas	121
5.2.3	Estimaciones numéricas	124
5.2.4	Aplicación: pérdida de visibilidad en un experimento de dos rendijas	126
5.3	Fases geométricas en el modelo espín-bosón	131
5.3.1	Cálculo de la fase geométrica	135
5.3.2	Tiempos de pérdida de coherencia	138
6	Decoherencia de dominios y defectos durante una transición de fase	141
6.1	El modelo	143
6.2	Método de la funcional de Decoherencia	145
	Conclusiones	155
	Apéndice	161
A	Representación matemática de dos paquetes gaussianos	161
A.1	Pérdida de coherencia	163
A.2	Entropía Lineal y Energía media del sistema	163
B	Coefficientes de difusión y tiempos de pérdida de coherencia	165
B.1	Supraóhmico en el límite de temperatura alta	165
B.2	Subóhmico en el límite de temperatura alta	167
	Bibliografía	169

Introducción

A comienzos de los años 1900, se formuló una teoría para explicar qué era la materia, asumiendo que había pequeñas partículas cargadas dentro de los átomos. Esta teoría evolucionó gradualmente hasta incluir un núcleo pesado y electrones moviéndose alrededor del mismo. Primero se intentó explicar el movimiento de estos electrones usando las leyes mecánicas de movimiento de manera análoga a lo que había realizado Newton para explicar el movimiento de los planetas alrededor del Sol. Pero ésto resultó un verdadero fracaso: todas las predicciones eran erróneas. Incluso la teoría del electromagnetismo predecía una vida media para el átomo de Hidrógeno 40 órdenes de magnitud menor a la que en efecto “vivía”. Llevó mucho tiempo encontrar la manera de explicar lo que ocurría a nivel atómico, ya que no resultaba para nada intuitivo y había que perder, en cierta forma, el *sentido común* para entender ese escenario. Finalmente, en 1926, una teoría denominada Mecánica Cuántica, explicó el comportamiento de los electrones en la materia. La palabra “cuántica” hacía referencia a este aspecto peculiar de la Naturaleza que iba en contra del sentido común. Esta teoría explicaba todo tipo de detalles, como por ejemplo, por qué un átomo de Oxígeno se combinaba con dos átomos de Hidrógeno para formar agua. La teoría Cuántica fue un verdadero éxito. A partir de entonces, surgieron muchos aportes al desarrollo de esta teoría, la cual, hoy día, es una de las teorías más exitosas de la historia de la física: todas sus predicciones concuerdan con los experimentos con gran precisión y su aplicación ha transformado el mundo tecnológico en diferentes áreas. Se puede aplicar para describir el comportamiento de los sólidos, la estructura y funcionamiento del ADN y las propiedades de los superfluidos, entre otras tantas aplicaciones. Sin embargo, y a pesar de todas sus virtudes, la Teoría Cuántica es aún hoy una teoría controversial. Su descripción de los fenómenos físicos es, a menudo, enfrentada con nuestra percepción de la realidad. Peor aún, a veces, nos conduce a pensar en predicciones que son consideradas paradójicas. La raíz de este sentimiento de desazón se encuentra en la diferencia que notamos en el principio de superposición que gobierna el mundo cuántico y el mundo clásico de todos los días, el cual pareciera violar dicho principio. Si bien la Mecánica Cuántica es imprescindible

para una *descripción macroscópica* de la Naturaleza, con la Mecánica Clásica bastaría, en principio, para describir el comportamiento de sistemas a escalas macroscópicas. Esta afirmación está basada en nuestro sentido común: las cosas “suceden” o “no suceden” y los objetos materiales siempre tienen propiedades bien definidas. Sin embargo, no es posible identificar los sistemas macroscópicos como sistemas clásicos ya que hay muchos ejemplos, como las estrellas de neutrones o las junturas Josephson, donde la Mecánica Cuántica es absolutamente necesaria aún a escala macroscópica. La pregunta que nos surge luego, es si la “clasicidad” de un sistema podría ser considerada una propiedad emergente de este último.

El conflicto aparente entre la Mecánica Cuántica y nuestro sentido común se basa en el hecho que nosotros no observamos efectos de interferencia entre estados macroscópicos distinguibles. Nosotros observamos una realidad con distintas alternativas bien definidas en lugar de una superposición coherente de ellas como predeciría la Mecánica Cuántica. En todos los casos, la interferencia cuántica está ausente y las probabilidades pueden sumarse como en la Mecánica Clásica.

En general, la ausencia de interferencia cuántica entre estados macroscópicamente distinguibles se puede explicar como consecuencia de un proceso de “pérdida de coherencia” o “decoherencia”. Este proceso considera como aspecto fundamental que los sistemas cuánticos macroscópicos no están aislados. Es decir, siempre interactúan con un entorno formado de infinitos grados de libertad. Por lo mismo, estos sistemas, no son sistemas cuánticos cerrados y no se comportan de acuerdo a las leyes de la Mecánica Cuántica. Consecuentemente, estos sistemas, generalmente conocidos como “clásicos”, sufren una pérdida de coherencia cuántica que es absorbida por el entorno. La interacción del sistema cuántico en cuestión con el entorno es la que destruye las interferencias cuánticas del sistema, y hace posible una descripción en término de variables clásicas [1, 2, 3]. Para nuestro mundo cotidiano, la escala temporal en la cual se lleva a cabo este proceso es muy chica y es esa la razón por la cual nosotros percibimos una sólo realización de los eventos. La decoherencia es el principal proceso detrás de la transición cuántico-clásica.

En este contexto, la motivación fundamental de la presente Tesis es avanzar en la comprensión del origen y de los mecanismos por los cuales la transición cuántico-clásica tiene lugar. En particular, utilizando tanto el enfoque del formalismo de la funcional de influencia de Feynman y Vernon [4] como el modelo de “dephasing” de Stern, Aharonov e Imry [5], estudiamos este proceso en distintos sistemas cuánticos abiertos.

El ejemplo paradigmático de un sistema cuántico abierto es el llamado Movimiento Browniano Cuántico (MBC), en el cual una partícula cuántica (por ejemplo sujeta a un

potencial de oscilador armónico) interactúa con un número (en principio infinito) de osciladores armónicos que representan al entorno (o a los posibles entornos) con el cual la partícula de interés se encuentra acoplada. Técnicamente, el problema ha sido tratado a partir de la funcional de influencia de Feynman y Vernon [6, 7]. Integrando los grados de libertad asociados al entorno, uno obtiene una descripción efectiva de la dinámica del sistema donde la “influencia” debida al entorno aparece en términos de la renormalización de los parámetros del sistema, efectos de disipación y de difusión. Se ha demostrado que la difusión (o el ruido) está directamente relacionada con los efectos de decoherencia y, a partir de ella, con la transición cuántico-clásica. Este ejemplo será resumido brevemente en el Capítulo 1 de esta Tesis.

Usualmente, el problema de la pérdida de coherencia en el MBC ha sido tratado para sistemas acoplados a entornos con una dada densidad espectral (óhmicos) y en estados térmicos a temperatura alta. Ejemplos más generales de entornos no óhmicos a toda temperatura son más escasos en la Literatura y, en general, están circunscriptos a estudios numéricos solamente. La motivación original del Capítulo 2 de esta Tesis, consiste en entender el rol de las fluctuaciones puramente cuánticas (de vacío) en el proceso de decoherencia. El acoplamiento de un sistema cuántico a un entorno generalmente produce fluctuaciones de la energía de la partícula de prueba aún a temperatura cero [8]. Como las fases adquiridas por las componentes del sistema son integrales de la energía en el tiempo, las fluctuaciones cuánticas del vacío permiten que se produzca pérdida de coherencia aún a temperatura cero. Estas fluctuaciones son una consecuencia del acoplamiento finito entre la partícula de prueba (o sistema) y el baño térmico (o entorno), y del hecho que el Hamiltoniano del sistema aislado no conmuta con el Hamiltoniano de Interacción. Por lo tanto, en este contexto, en el Capítulo 2 de esta Tesis, consideraremos el efecto que producen las fluctuaciones de vacío como única fuente de decoherencia en un sistema cuántico (o sea, no hay fluctuaciones térmicas que induzcan la transición cuántico-clásico). Estudiaremos los efectos difusivos en una partícula Browniana cuántica acoplada a un entorno a temperatura cero, realizando un estudio detallado del problema. Mostraremos el cálculo analítico de los coeficientes difusivos y del tiempo de decoherencia. Una cantidad particularmente instructiva es la energía. Las fluctuaciones de la energía a temperatura cero, son un buen indicador del entrelazamiento existente entre el sistema y el entorno [9]. Por el contrario, si el sistema y el baño no están entrelazados, el sistema se halla simplemente en su estado de menor energía. Por todo ésto, en el Capítulo 2 de esta Tesis, también analizaremos el proceso de activación energética cuando la temperatura del entorno es cero. En ese contexto, extenderemos el análisis a entornos más generales, es decir supraóhmicos y subóhmicos,

para analizar la pérdida de coherencia y la activación energética en estos entornos más generales. Este capítulo está principalmente basado en las Refs.[10, 11].

Una vez demostrada la existencia de estos fenómenos inducidos en el caso sencillo de la partícula Browniana, en el Capítulo 3, nos dedicaremos a aplicar estos conceptos a un caso más complicado. Resolveremos numéricamente la dinámica completa de una partícula en un potencial pozo doble acoplada a un baño térmico. El potencial pozo doble resulta interesante, principalmente, por dos motivos. Por un lado, es un modelo de ruptura de la simetría discreta, y por tanto, nos permite estudiar el rol de las fluctuaciones de vacío en una transición de fase (efectos cuánticos en el punto crítico). Por otro lado, permite estudiar el rol de las fluctuaciones de vacío en la dinámica de superposiciones macroscópicas de estados cuánticos, como por ejemplo BECs [12], los cuales ya han sido experimentalmente creados en un pozo doble [13]. En este contexto, en el Capítulo 3, veremos que la dinámica de este modelo está dominada por tres procesos de naturaleza y escalas temporales distintas: pérdida de coherencia, efecto túnel y activación energética. Este capítulo está principalmente basado en los trabajos publicados en [14, 15].

Siguiendo nuestra motivación de estudiar el proceso de pérdida de coherencia en distintas situaciones físicas, en el Capítulo 4 nos concentraremos en el caso de un sistema acoplado a un entorno compuesto. Es decir, en el modelo a estudiar hay un subsistema A acoplado a otro subsistema B , el cual a su vez está acoplado a un entorno compuesto por infinitos osciladores armónicos. En este caso, analizaremos la pérdida de coherencia en el subsistema A debido a un entorno compuesto formado por B y el entorno de infinitos osciladores armónicos. Veremos que, en todos los casos, ya sean A y B osciladores, u osciladores invertidos, hay pérdida de coherencia en el subsistema A . Sin embargo, lo más notable es que la eficiencia de la difusión depende de los grados de libertad inestables de los subsistemas A y B . Por lo tanto, hacia el final del capítulo, haremos un estudio minucioso de los grados de libertad inestables presentes en el entorno “efectivo”. Este modelo ha tenido un gran impulso en el último tiempo con la aparición de trabajos como [16], en donde utilizan este modelo, ligeramente modificado, para estudiar la transferencia de información entre los subsistemas con el entorno como mediador. Este capítulo está basado en las Refs.[17, 18].

En muchos casos, la interacción con el entorno no puede ser eliminada. Por ejemplo, para partículas cargadas o átomos neutros con momento dipolar, la interacción con el campo electromagnético resulta crucial. Esta interacción induce una reducción en las franjas que se observan en los experimentos de interferencia. Por lo tanto, las fluctuaciones de vacío del campo electromagnético han sido consideradas como factores “decoherentes” en la Literatura. Los experimentos de dos rendijas también fueron estudiados en presencia

de conductores, los cuales cambian la estructura de vacío y modifican así las predicciones acerca de la decoherencia. En el Capítulo 5, basado en las Refs. [19, 20, 21, 22, 23], veremos que en muchos casos, la presencia del entorno se traduce en fases adicionales en el sistema, que traen como consecuencia la clasicización del mismo.

Por último, el estudio del proceso de pérdida de coherencia en Teoría Cuántica de Campos ha sido desarrollado recientemente y merece atención debido a su incumbencia en diferentes áreas de la Física actual. En particular, y gracias a resultados conocidos para la partícula Browniana cuántica, se extendió el formalismo de la funcional de influencia de Feynman y Vernon para teoría de campos [24]. El proceso de “decoherencia” ha sido estudiado para campos escalares en el espacio de Minkowski y para campos escalares acoplados a geometrías arbitrarias con el objeto de entender la transición “a lo clásico” de modelos de gravedad cuántica [25, 26, 27, 28]. En estos casos, el estudio del mecanismo de pérdida de coherencia es visto como un primer paso hacia un entendimiento global del proceso de transición cuántico-clásica en teoría de campos. El formalismo antes mencionado en teoría de campos fue aplicado al estudio del efecto de la decoherencia del parámetro de orden durante transiciones de fase continuas [29, 30, 31]. Este análisis implicó un estudio de la dinámica del proceso de formación y evolución de los defectos topológicos que se generan durante la transición de fase, ejemplo que se discutirá en el capítulo 6, basado principalmente en la referencia [32].

Finalmente, en el último capítulo, desarrollamos nuestras conclusiones.

Capítulo 1

Sistemas cuánticos abiertos

Los efectos de interferencia son la característica más notable de la Mecánica Cuántica. El experimento de dos rendijas (o de Young) es generalmente usado como el punto de partida para hacer una descripción cuántica de la Naturaleza. Por tanto, aquí motivaremos este capítulo con un paradigma de la transición cuántico-clásica. Supongamos el siguiente experimento de interferencia: una fuente de luz F , de un sólo color y tenue (un fotón a la vez), que ilumina un detector D . En el camino, es decir, entre la fuente y el detector, se coloca una pantalla con dos pequeños orificios, A y B , separados apenas unos milímetros de distancia. Si la fuente y el detector están separados 100 cm, los orificios deben ser menores que 1 décimo de milímetro. Si cerramos el orificio B , obtenemos un cierto número de clicks en el detector D , que representa el número de fotones que llegan pasando por A (supongamos que el detector detecta 1 de cada 100 fotones que salen de F , es decir 1%). Si, por el contrario, tapamos el orificio A , y destapamos B , obtendremos aproximadamente el mismo número de clicks. Si destapamos ambos orificios, la respuesta es más complicada. Si éstos están separados cierta distancia, obtenemos más clicks que lo esperado: 4% en vez de 2% (este último valor corresponde a la suma de las probabilidades clásicas). Esto se debe a la contribución de las interferencias cuánticas. Si, en cambio, están separados alguna otra distancia, no obtenemos ningún fotón en el detector. Guiados por nuestra intuición, hubiésemos esperado que la cantidad de luz que llega al detector aumentara si ambos orificios están destapados. Pero no sucede así; es decir, resulta incorrecto pensar que la luz “va por un camino o el otro”.

Ahora, supongamos una pequeña variación a este sencillo experimento de interferencia. Le agregamos un detector a cada orificio, capaz de indicar cuándo un fotón pasa por él. De esta manera, podemos saber por cuál orificio (A o B) pasa cada fotón cuando ambos orificios están destapados. Ya que la probabilidad de que un fotón viaje de F a D depende de la

distancia entre orificios, quizás existe alguna forma extraña, para que ambos detectores, en A y B, suenen juntos de modo de indicar la contribución de las interferencias. Sin embargo, lo que sucede es lo siguiente: los detectores en A y B no suenan nunca juntos; es decir, suena A ó suena B. El fotón no se divide en dos; es decir, elige un sólo camino. Ahora sí corresponde asumir que “va por un camino o el otro”. El experimento ha sido modificado de manera no trivial y la cantidad de luz que llega a D es simplemente la suma de las cantidades por separado, es decir 2%. Las interferencias cuánticas desaparecen cuando colocamos los detectores en A y B, y obtenemos un resultado clásico. Así es como funciona la Naturaleza: si colocamos instrumentos para determinar el camino que recorre la luz, conocemos el orificio por el cual ésta pasó, pero las interferencias cuánticas son destruidas y el resultado obtenido es de naturaleza clásica. Sin embargo, si no los colocamos, no podemos saber cuál fue el camino recorrido, pero el resultado es de naturaleza puramente cuántica, con las interferencias jugando un rol importante en la cantidad de luz que alcanza al detector D.

Este experimento sencillo pone de manifiesto las diferentes evoluciones de los sistemas cuánticos cerrados y abiertos. Cuando no colocamos detectores en los orificios, nuestro sistema cuántico evoluciona libremente y de manera unitaria, aislado de cualquier influencia del mundo exterior. El resultado es puramente cuántico y el principio de superposición tiene validez. Sin embargo, cuando colocamos los detectores, nuestro sistema cuántico original está en interacción con los detectores, y la evolución del sistema deja de ser unitaria, ya que el entorno (los detectores en este caso) modifica dicha evolución. Las interferencias cuánticas son simplemente destruidas por la presencia del entorno.

El tipo de experimentos de interferometría mencionado al comienzo, también se ha realizado con objetos materiales con el fin de comprobar la dualidad luz-materia que predice la Mecánica Cuántica. Esta propiedad ya ha sido demostrada para electrones, neutrones y átomos. El avance de la tecnología ha permitido incluso llegar más lejos: se han realizado experimentos de interferometría con sistemas mesoscópicos [33, 34]. Estos objetos no son macroscópicos ni microscópicos. Generalmente, son sistemas formados por un número bastante grande de átomos, por lo cual se esperaría que su comportamiento fuera clásico. Sin embargo, pueden ser descriptos por una función de onda e incluso, se han observado interferencias cuánticas en experimentos con estas moléculas [35]. Los fulerenos C_{60} y C_{70} son ejemplos conocidos de estos sistemas. En general, el problema que surge en interferometría con estas moléculas es que, a pesar que las franjas de interferencias están y se observan en la pantalla, muchas veces éstas se ven atenuadas. Es decir, existe una pérdida de coherencia espacial que se ve reflejada en una falta de contraste entre los máximos y mínimos de

interferencia del experimento. De manera ilustrativa, una simulación de tal experimento se presenta en la Fig.1.1.

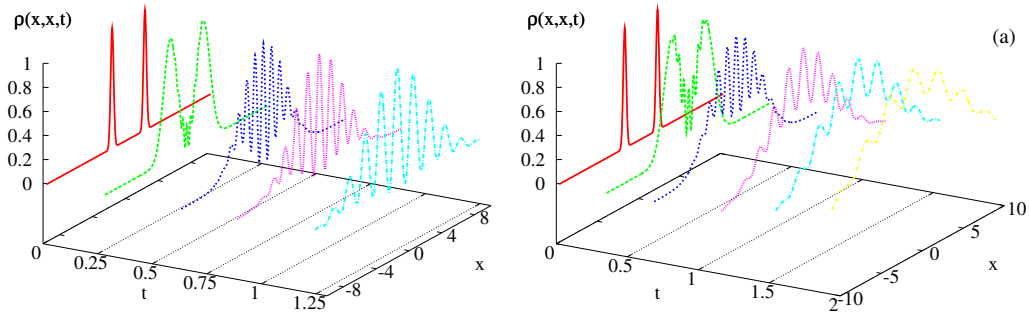


Fig. 1.1: Distintos patrones de interferencia para un experimento con partículas. Las curvas demuestran el patrón para distintos tiempos. La Figura de la izquierda, es el sistema cerrado. A la derecha, el sistema está abierto y las interferencias cuánticas se atenúan a los mismos tiempos de la evolución.

En el gráfico de la izquierda, mostramos la evolución temporal del patrón de interferencia para un experimento con partículas cuando el sistema está aislado. Inicialmente, tenemos dos gaussianas que empiezan a evolucionar y dan lugar a las interferencias cuánticas. Del lado derecho, el mismo sistema cuántico está en interacción con un entorno, y, es esta interacción la responsable de la atenuación o destrucción de las franjas de interferencia. Es fácil ver que las franjas de interferencias se observan en la pantalla, pero la diferencia entre los máximos y mínimos no es tan grande como en el caso aislado. A medida que transcurre el tiempo (o, equivalentemente, la pantalla está más lejos), el contraste entre las franjas es cada vez menor (en la Fig.1.1, la distancia es proporcional al tiempo). Resulta bastante intuitivo que el patrón final dependerá de la relación entre la intensidad del acoplamiento sistema-entorno, la separación de las rendijas y la distancia que las partículas viajan hasta llegar a la pantalla [22, 23].

En general, esta ausencia de interferencia cuántica entre estados macroscópicamente distinguibles se puede explicar como consecuencia de un proceso de “pérdida de coherencia” o “decoherencia”. Este proceso considera como aspecto fundamental que los sistemas cuánticos macroscópicos no están aislados. Es decir, la “clasicalidad” de un sistema resulta una propiedad emergente del mismo, debido a la interacción con un entorno. Este proceso de pérdida de coherencia es el factor principal en la transición cuántico-clásica.

En general, para que un sistema cuántico pueda ser considerado clásico, deben satisfacerse al menos dos condiciones. Por un lado, la función de onda debe predecir que las

variables canónicas estén fuertemente correlacionadas de acuerdo a las leyes clásicas, o alguna distribución construída a partir de ellas (como por ejemplo, la función de Wigner), debe presentar un “pico” alrededor de una o un conjunto de configuraciones clásicas. Por otro lado, la interferencia entre las distintas configuraciones clásicas debe ser despreciable, de forma tal que sea posible predecir que un sistema está en cierto estado definido, entre los muchos estados posibles. Esto implica una “pérdida de coherencia”, o bien la destrucción de los términos no diagonales de la matriz densidad, que representan las coherencias de dicha matriz.

Por tanto, existe una necesidad de explicar teóricamente el efecto de la pérdida de coherencia en la Naturaleza, tanto en estos ejemplos de interferometría como en muchos otros sistemas físicos relevantes donde se observa este proceso. Con nuestros ejemplos hemos mostrado los distintos comportamientos entre sistemas cerrados y abiertos. En lo que sigue, nos concentraremos en describir y cuantificar el proceso de pérdida de coherencia en sistemas cuánticos abiertos. En particular, nos concentraremos en un caso ampliamente utilizado para modelar distintos sistemas físicos. Con las herramientas teóricas que presentaremos a continuación, en un capítulo posterior podremos tratar de darle una razón cuantitativa al ejemplo de la Fig.1.1.

1.1 Sistemas cuánticos cerrados y abiertos

A diferencia de lo que ocurre con los sistemas cuánticos cerrados, la dinámica de un sistema cuántico abierto no puede, en general, ser descripta por una evolución unitaria (regida por la ecuación de Schrödinger). Frecuentemente, resulta mucho más útil plantear la ecuación de movimiento del sistema cuántico abierto en términos de su matriz densidad, es decir, escribir la ecuación maestra cuántica del sistema.

Comenzaremos por resumir brevemente las características de la evolución dinámica de sistemas cerrados y abiertos. Los procesos Markovianos cuánticos son fundamentales (al menos a fines prácticos) ya que representan el caso más sencillo para describir la dinámica de estos sistemas no aislados. Este tipo de proceso puede ser considerado una generalización directa del concepto de probabilidad clásica de un semigrupo dinámico de Mecánica Clásica. Es decir, análogamente a la ecuación diferencial de Chapman-Kolmogorov para la probabilidad clásica, un semigrupo dinámico cuántico da lugar, a primer orden, a una ecuación diferencial para la matriz densidad reducida, la cual resulta conocida con el nombre de ecuación maestra markoviana en la forma de Lindblad.

De acuerdo con la Mecánica Cuántica, el vector estado $|\psi(t)\rangle$ evoluciona en el tiempo

de acuerdo a la ecuación de Schrödinger,

$$i\frac{d}{dt}|\psi(t)\rangle = H(t)|\psi(t)\rangle, \quad (1.1)$$

donde $H(t)$ es el Hamiltoniano del sistema y la constante de Planck \hbar ha sido fijada a uno. La solución de la ecuación de Schrödinger puede ser representada en término de un operador de evolución unitario $U(t, t_0)$, el cual transforma el estado $|\psi(t_0)\rangle$ a un tiempo inicial t_0 en otro estado $|\psi(t)\rangle$ a un tiempo t ,

$$|\psi(t)\rangle = U(t, t_0)|\psi(t_0)\rangle. \quad (1.2)$$

Si reemplazamos la expresión (1.2) en la ecuación (1.1), obtenemos una ecuación para el operador evolución $U(t, t_0)$,

$$i\frac{\partial}{\partial t}U(t, t_0) = H(t)U(t, t_0), \quad (1.3)$$

con la condición inicial $U(t_0, t_0) = I$. Es fácil demostrar, con la ayuda de las ecuaciones anteriores, que $U^\dagger(t, t_0)U(t_0, t) = U(t_0, t)U^\dagger(t, t_0) \equiv I$ y, por lo tanto, $U(t_0, t)$ es un operador unitario.

Para un sistema cuántico cerrado, el Hamiltoniano H del sistema aislado es independiente del tiempo y la ecuación (1.3) es fácilmente integrable en el tiempo obteniéndose

$$U(t, t_0) = \exp(-iH(t - t_0)). \quad (1.4)$$

Sin embargo, en distintas aplicaciones físicas, uno se encuentra con que el sistema en cuestión, generalmente, es afectado por fuerzas externas; por ejemplo, un campo electromagnético externo. Si, en dicha situación, la dinámica del sistema puede ser formulada en término de un Hamiltoniano “generador” dependiente del tiempo $H(t)$, el sistema será aún considerado cerrado. Para un Hamiltoniano dependiente del tiempo, la ecuación (1.3), considerando la condición inicial mencionada, puede ser representada por una exponencial ordenada temporalmente,

$$U(t, t_0) = T_{\leftarrow} \exp \left[-i \int_{t_0}^t ds H(s) \right], \quad (1.5)$$

donde T_{\leftarrow} denota el ordenamiento temporal, tal que el argumento de los operadores aumenta temporalmente de derecha a izquierda como indica la flecha.

Si, en cambio, el sistema en cuestión se describe en función de un estado mixto, el correspondiente *ensemble* cuántico puede ser descrito con la ayuda del operador estadístico ρ . Entonces, es fácil deducir una ecuación de movimiento para la matriz densidad a partir de la ecuación de Schrödinger (1.1). Si, inicialmente, el estado del sistema es

$$\rho(t_0) = \sum_{\alpha} \omega_{\alpha} |\psi_{\alpha}(t_0)\rangle \langle \psi_{\alpha}(t_0)|, \quad (1.6)$$

donde ω_α son los pesos estadísticos y $|\psi_\alpha(t_0)\rangle$ los estados vector normalizados que evolucionan de acuerdo a la ecuación (1.2). El estado del sistema a un tiempo posterior es,

$$\rho(t) = \sum_{\alpha} \omega_{\alpha} U(t, t_0) |\psi_{\alpha}(t_0)\rangle \langle \psi_{\alpha}(t_0)| U^{\dagger}(t, t_0), \quad (1.7)$$

el cual puede ser escrito de manera más sencilla como

$$\rho(t) = U(t, t_0) \rho(t_0) U^{\dagger}(t, t_0). \quad (1.8)$$

Si diferenciamos esta ecuación con respecto al tiempo, obtenemos una ecuación de movimiento para la matriz densidad del sistema,

$$\frac{d}{dt} \rho(t) = -i[H(t), \rho(t)], \quad (1.9)$$

la cual es conocida como ecuación de *von Neumann* o *Liouville- von Neumann*.

Para hacer la analogía de la ecuación (1.9) con la correspondiente ecuación para la probabilidad clásica de Mecánica Estadística, la ecuación (1.9) es generalmente escrita

$$\frac{d}{dt} \rho(t) = \mathcal{L}(t) \rho(t), \quad (1.10)$$

donde $\mathcal{L}(t)$ es el superoperador de Liouville que se define como $\mathcal{L}(t)\rho = -i[H(t), \rho]$.

1.2 Dinámica de los sistemas cuánticos abiertos

Un sistema cuántico abierto es un sistema cuántico S que está acoplado a otro sistema \mathcal{E} llamado “entorno”. Es por eso, que el sistema S en realidad representa un *subsistema* del sistema total combinado $S + \mathcal{E}$, generalmente considerado cerrado. Por consiguiente, un estado del sistema S cambiará como consecuencia de su dinámica interna y de la interacción con su entorno. Esta interacción genera ciertas correlaciones entre el sistema y el entorno que harán que el estado de S permanezca constante a partir de cierto momento, y por lo tanto, S responda a una evolución unitaria a partir de entonces. La dinámica del subsistema S inducida por el Hamiltoniano del sistema total es generalmente conocida como la *dinámica del sistema reducido*, y S es llamado el *sistema reducido*.

Llamemos \mathcal{H}_S al espacio de Hilbert del sistema S y $\mathcal{H}_{\mathcal{E}}$ al espacio de Hilbert del entorno \mathcal{E} . El espacio de Hilbert del sistema total $S + \mathcal{E}$ está generado por el producto tensorial $\mathcal{H} = \mathcal{H}_S \otimes \mathcal{H}_{\mathcal{E}}$. El Hamiltoniano total del sistema se puede escribir según

$$H(t) = H_S \otimes I_{\mathcal{E}} + I_S \otimes H_{\mathcal{E}} + \hat{H}_I(t), \quad (1.11)$$

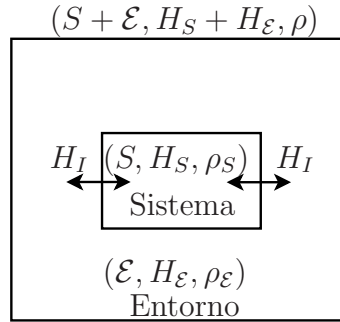


Fig. 1.2: Esquema ilustrativo de un sistema cuántico abierto.

donde H_S es el Hamiltoniano del sistema S , H_E es el Hamiltoniano libre del entorno E y $\hat{H}_I(t)$ describe la interacción entre el sistema y el entorno. Un diagrama esquemático de una situación típica se muestra en la Fig.1.2.

La motivación principal para estudiar los sistemas abiertos es que en muchas situaciones físicas importantes un modelo matemático completo de la dinámica del sistema (combinado con el entorno) es muy complicado. El entorno puede estar representado por muchos grados de libertad, con lo cual un tratamiento exacto del problema requiere resolver un sistema de infinitas ecuaciones de movimiento acopladas. Aún en el caso en que la solución exista, uno se encuentra con la tediosa tarea de aislar y determinar las cantidades físicas importantes del sistema a través de un promedio sobre todas las demás cantidades y grados de libertad irrelevantes. Por lo tanto, de aquí en adelante, utilizaremos una descripción más sencilla en término de un espacio de estados reducido, formado únicamente por un conjunto de variables físicas relevantes obtenido a partir del uso de métodos analíticos y de aproximación. La matriz densidad reducida del subsistema S a un tiempo t se obtiene a partir de la matriz densidad del sistema total $\rho(t)$ haciendo la traza parcial sobre los grados de libertad del entorno. La matriz densidad total implica un comportamiento unitario, por lo cual podemos escribir:

$$\rho_S(t) = \text{tr}_E \rho(t) = \text{tr}_E \{U(t, t_0) \rho(t_0) U^\dagger(t, t_0)\}. \quad (1.12)$$

De forma análoga a lo anterior, se puede deducir una ecuación de movimiento para la matriz densidad reducida a partir de la ecuación de Liouville-Von Neumann para el sistema total,

$$\frac{d}{dt} \rho_S(t) = -i \text{tr}_E [H(t), \rho(t)]. \quad (1.13)$$

En lo que resta de esta Tesis, veremos que la matriz densidad reducida del sistema, ρ_S , será de fundamental interés en el estudio de la dinámica de los sistemas cuánticos abiertos.

Estudiaremos distintos modelos físicos y, en todos ellos, escribiremos la ecuación maestra cuántica para la matriz densidad reducida del sistema en consideración. La ecuación maestra se obtendrá bajo distintas aproximaciones, según corresponda.

Por ejemplo, para un proceso de Markov, uno puede asumir que las correlaciones temporales en las variables dinámicas del entorno son cortas. Eso permite suponer que los efectos de memoria son despreciables y formular la dinámica del sistema en función de un semigrupo dinámico cuántico. Dado este semigrupo y bajo ciertas condiciones matemáticas estrictas, existe un mapa lineal \mathcal{L} que resultará ser el generador del semigrupo y permite representar al mismo de forma exponencial [36],

$$V(t) = \exp(\mathcal{L}t). \quad (1.14)$$

Esta representación da lugar inmediatamente a una ecuación diferencial de primer orden para la matriz densidad reducida,

$$\frac{d}{dt}\rho_S(t) = \mathcal{L}\rho_S(t), \quad (1.15)$$

la cual es conocida por ser la ecuación maestra Markoviana cuántica. El generador \mathcal{L} del semigrupo representa a un super operador y puede ser considerado una generalización del super operador de Liouville que mencionamos en la ecuación (1.10), relacionado con el Hamiltoniano del sistema. En un caso así, para conocer la dinámica del sistema reducido, es necesario encontrar la forma explícita de dicho generador \mathcal{L} .

1.3 Movimiento Browniano Cuántico

La relajación térmica de sistemas en interacción con entornos ha sido un tema de gran interés en Mecánica Estadística por mucho tiempo. En particular, es importante notar que la propia descripción de esta relajación debe ser analizada por medio de la Mecánica Cuántica [37]. La situación más simple que podemos considerar en este contexto es aquella del movimiento Browniano de un oscilador armónico cuántico en un entorno de la misma naturaleza. Los modelos de Movimiento Browniano Cuántico (MBC) proveen un ejemplo típico de sistemas cuánticos abiertos, y han sido muy utilizados para el entendimiento de la teoría de medición en Mecánica Cuántica [1], Óptica Cuántica [38] y pérdida de coherencia [39], por citar sólo algunos de los intereses que presentan estos modelos. El objeto central de estudio es la ecuación maestra para la matriz densidad reducida de la partícula Browniana, que se obtiene luego de integrar los grados de libertad correspondientes al entorno. Una gran cantidad de trabajos en esta dirección han sido realizados en el pasado [6, 37, 40, 41, 42].

La derivación más general de esta ecuación maestra es la efectuada por B.L. Hu, J.P. Paz y Y. Zhang [7], donde utilizaron la funcional de influencia de Feynman y Vernon [4] provista por técnicas de integrales de camino.

En el caso del MBC la dinámica del sistema S es mucho más lenta que los tiempos de correlación del sistema. Bajo estas circunstancias, otro tipo de ecuación maestra rige la evolución de la ρ_S y su obtención es distinta a la mencionada anteriormente. Para obtener la ecuación maestra del MBC, se presentará y discutirá el modelo de Caldeira-Legget [40], el cual es el prototipo del MBC y permite analizar los fenómenos de disipación inducidos por el entorno. Para el caso del límite de temperatura alta del entorno, este modelo da una ecuación maestra markoviana (aunque no es de la forma de Lindblad). Sin embargo, para temperatura estrictamente cero, o en el caso de acoplamientos fuertes, la matriz densidad reducida del sistema exhibe un comportamiento no markoviano y, entonces, se debe recurrir a distintas técnicas para describir la dinámica del sistema reducido.

En esta sección presentaremos el modelo, discutiremos el Teorema de Fluctuación Disipación y el método de la funcional de influencia de Feynman-Vernon. En particular, nuestro objetivo fundamental es introducir el formalismo que, luego, aplicaremos a distintos entornos y situaciones físicas. La ventaja de este modelo es que la ecuación maestra puede ser obtenida en forma exacta para todo tipo de entornos a considerarse [7, 43]. Incluso acoplamientos más generales ($x_n^k q_n$) han sido también considerados en la Literatura, donde la ecuación maestra correspondiente a dichos acoplamientos ha sido obtenida perturbativamente en [44].

El modelo describe a una partícula Browniana de masa m y coordenadas x que se mueve bajo la acción de un potencial $V(x)$. El Hamiltoniano libre de la partícula es

$$H_S = \frac{1}{2m}p^2 + V(x), \quad (1.16)$$

donde p es el momento de la partícula. La partícula, además, está acoplada a un entorno, el cual consiste en un gran número de osciladores armónicos de masas m_n y frecuencias ω_n , descrito por el Hamiltoniano

$$H_E = \sum_n \hbar \omega_n \left(b_n^\dagger b_n + \frac{1}{2} \right) = \sum_n \left(\frac{1}{2m_n} p_n^2 + \frac{1}{2} m_n \omega_n^2 q_n^2 \right). \quad (1.17)$$

En esta expresión b_n y b_n^\dagger denotan los operadores de creación y aniquilación de los modos del entorno, respectivamente, mientras que q_n y p_n son las correspondientes coordenadas y momentos canónicos conjugados. En el modelo considerado, la coordenada x de la partícula Browniana está acoplada linealmente con la coordenada q_n de los osciladores del baño. El

Hamiltoniano de Interacción H_I está definido por

$$H_I = -x \sum_n \kappa_n q_n \equiv -xB, \quad (1.18)$$

donde el operador del entorno es $B = \sum_n \kappa_n q_n = \sum_n \kappa_n \sqrt{\frac{\hbar}{2m_n\omega_n}}(b_n + b_n^\dagger)$, una suma pesada sobre las coordenadas q_n de los modos del baño y las constantes de acoplamiento κ_n .

En el modelo MBC, la evolución del sistema combinado (sistema-entorno), puede caracterizarse por cuatro escalas de tiempo diferentes: la primera está asociada a la frecuencia natural de la partícula aislada; la segunda está representada por el tiempo de relajación (caracterizado por el acoplamiento entre la partícula y el entorno); la tercera corresponde al “tiempo de memoria” del entorno (en general asociado a la frecuencia más alta presente en el entorno) y, finalmente, la escala de tiempo asociada con la temperatura del entorno, que mide la importancia relativa entre los efectos cuánticos y térmicos.

El efecto del entorno sobre la dinámica del sistema está caracterizado por los fenómenos de fluctuación y disipación. Estos efectos pueden determinarse por una propiedad totalmente específica del entorno: la densidad espectral $I(\omega)$. Esta densidad representa el número de osciladores presentes en el entorno con una frecuencia dada y que se acoplan al sistema con una intensidad específica. En el caso discreto de N osciladores, esta función es

$$I(\omega) = \sum_n \delta(\omega - \omega_n) \frac{\kappa_n^2}{2m_n\omega_n}. \quad (1.19)$$

De este modo, indicando la densidad $I(\omega)$ y el estado inicial del entorno, tanto la disipación como las fluctuaciones quedan unívocamente determinadas, como podremos ver a continuación. Diferentes densidades espectrales $I(\omega)$ clasifican a los distintos tipos de entornos; mientras que la constante de acoplamiento se ajusta a la frecuencia del entorno como, por ejemplo, $\kappa_n = m_n\omega_n^\alpha$ para cada modelo de entorno [6]. Por razones físicas, uno no espera que un entorno real contenga un número infinito de frecuencias, y en general, se introduce una escala arbitraria, que llamaremos frecuencia de corte, que anule la densidad espectral para aquellas frecuencias mayores que esta frecuencia de corte Λ ; es decir $I(\omega) \rightarrow 0$ cuando $\omega > \Lambda$. Por tanto, la escala temporal asociada a la memoria del entorno, queda determinada por la inversa de esta frecuencia de corte. El entorno se conoce usualmente como óhmico [40] si la densidad espectral es tal que $I(\omega) \approx \omega$ ($\omega < \Lambda$); supraóhmico si $I(\omega) \approx \omega^\alpha$ ($\alpha > 1$) o subóhmico si $\alpha < 1$. Es sencillo ver que el caso óhmico (en general el más estudiado) corresponde a la situación física en la que el entorno induce sobre el sistema una fuerza lineal con la velocidad. En lo que sigue, utilizaremos la siguiente expresión para la densidad espectral [7]

$$I(\omega) = \frac{2}{\pi} M \gamma_0 \omega \left(\frac{\omega}{\Lambda} \right)^{\alpha-1} e^{-\frac{\omega^2}{\Lambda^2}} \quad (1.20)$$

donde con γ_0 representamos la constante de relajación del entorno que corresponde a la frecuencia asociada al acoplamiento entre este último y el sistema [40].

1.3.1 Funcional de influencia de Feynman y Vernon

El objetivo central de esta sección es desarrollar un formalismo general que nos permita encontrar todos los efectos cuánticos inducidos por un entorno sobre nuestro sistema de interés. En este contexto, nos limitaremos a reproducir la derivación de la ecuación maestra exacta para un entorno general en función de una representación funcional del operador de evolución de la matriz densidad reducida, definida según

$$\rho_S(x, x') = \int_{-\infty}^{\infty} dq_n \int_{-\infty}^{\infty} dq'_n \rho(x, q_n | x', q'_n) \delta(q_n - q'_n). \quad (1.21)$$

Para construir la representación de la integral de camino, utilizamos la representación de Schrödinger e introducimos el propagador J definido por la siguiente relación

$$\rho_S(x_f, x'_f, t_f) = \int dx_i \int dx'_i J(x_f, x'_f, t_f; x_i, x'_i, t_i) \rho_S(x_i, x'_i, t_i). \quad (1.22)$$

Es fácil notar que el propagador es simplemente la función de Green para la matriz densidad reducida en la representación de posición. Además, se puede ver que, en el caso en que no hay acoplamiento entre el sistema y el entorno, el propagador se reduce al producto de la función de Green para la ecuación de Schrödinger con Hamiltoniano H_S ,

$$\begin{aligned} J(x_f, x'_f, t_f; x_i, x'_i, t_i) &= \langle x_f t_f | x_i t_i \rangle \langle x'_i t_i | x'_f t_f \rangle \\ &= G_S(x_f, t_f; x_i, t_i) G_S^*(x'_f, t_f; x'_i, t_i). \end{aligned} \quad (1.23)$$

La funcional de influencia se obtiene escribiendo la función G_S en término de las integrales de camino

$$G_S(x_f, t_f; x_i, t_i) = \langle x_f | \exp(-iH_S(t_f - t_i)/\hbar) | x_i \rangle = \int \mathcal{D}x \exp\left(\frac{i}{\hbar} S_0[x]\right), \quad (1.24)$$

donde

$$S_0[x] = \int_{t_i}^{t_f} dt \left(\frac{1}{2} m \dot{x}^2 - V(x) \right) \quad (1.25)$$

es la acción funcional clásica de la partícula Browniana libre. La integral de camino es una integral sobre todos los posibles caminos $x(t)$ que cumplen las condiciones de contorno $x(t_i) = x_i$, y $x(t_f) = x_f$.

Considerando como condición inicial que el sistema y el entorno no están correlacionados [7], es decir $\hat{\rho}(t_0) = \hat{\rho}_S(t_0) \otimes \hat{\rho}_E(t_0)$, el operador de evolución toma la forma

$$\begin{aligned} J_r(x_f, x'_f, t; x_i, x'_i, t_0) &= \int_{x_i}^{x_f} \mathcal{D}x \int_{x'_i}^{x'_f} \mathcal{D}x' \exp\left(\frac{i}{\hbar}(S[x] - S[x'])\right) F[x, x'] \\ &= \int_{x_i}^{x_f} \mathcal{D}x \int_{x'_i}^{x'_f} \mathcal{D}x' \exp\left(\frac{i}{\hbar}\mathcal{A}[x, x']\right). \end{aligned} \quad (1.26)$$

$\mathcal{A}[x, x']$ es la llamada “acción efectiva” para el sistema cuántico abierto y $F[x, x']$ es la *funcional de influencia* de Feynman y Vernon, definida explícitamente como [4]

$$\begin{aligned} F[x, x'] &= \int_{-\infty}^{\infty} dq_f \int_{-\infty}^{\infty} dq_i \int_{-\infty}^{\infty} dq'_i \int_{q_i}^{q_f} \mathcal{D}q \int_{q'_i}^{q'_f} \mathcal{D}q' \exp\left(\frac{i}{\hbar}(S_E[q] + S_{\text{int}}[x, q])\right) \\ &\quad \times \exp\left(\frac{i}{\hbar}(S_E[q'] + S_{\text{int}}[x', q'])\right) \rho_B(q_i, q'_i, t_0) \\ &= \exp\left(\frac{i}{\hbar}\mathcal{A}[x, x']\right), \end{aligned} \quad (1.27)$$

donde llamamos $\delta\mathcal{A}[x, x']$ a la *acción de influencia*. En consecuencia, la acción efectiva para el sistema cuántico abierto es $\mathcal{A}[x, x'] = S[x] - S[x'] + \delta\mathcal{A}[x, x']$.

Gracias a la condición inicial en la que no existen correlaciones, la funcional de influencia sólo depende del estado inicial del entorno. En este ejemplo mostramos la funcional $F[x, x']$ para un entorno que inicialmente está en equilibrio termodinámico a temperatura $T = (\beta^{-1})^1$. Para las presentes condiciones iniciales, la funcional de influencia se calcula exactamente [4, 7, 40].

El resultado es

$$\begin{aligned} F[x, x'] &= \exp\left[-\frac{i}{\hbar} \int_0^t ds_1 \int_0^{s_1} ds_2 [x(s_1) - x'(s_1)] \eta(s_1 - s_2) [x(s_2) + x'(s_2)] \right. \\ &\quad \left. - \int_0^t ds_1 \int_0^{s_1} ds_2 [x(s_1) - x'(s_1)] \nu(s_1 - s_2) [x(s_2) - x'(s_2)] \right]. \end{aligned} \quad (1.28)$$

Los núcleos ν y η , llamados de ruido y disipación, respectivamente, son en general no-locales en el tiempo y están definidos como

$$\nu(s) = \int_0^{\infty} d\omega I(\omega) \coth\left(\frac{\beta\hbar\omega}{2}\right) \cos(\omega s), \quad (1.29)$$

$$\eta(s) = \frac{d}{ds} \gamma(s), \quad (1.30)$$

¹ Otras condiciones más generales acerca de la condición de equilibrio entre el sistema y el entorno pueden encontrarse en la Ref.[41]; acerca de condiciones iniciales con correlaciones se pueden consultar las Refs.[6, 45].

donde $\gamma(s) = \int_0^\infty d\omega \frac{I(\omega)}{\omega} \cos(\omega s)$. Dada la expresión de la funcional de influencia en términos de los núcleos ν y η , podemos escribir la acción de influencia como

$$\begin{aligned} \delta\mathcal{A}[x, x'] &= -2 \int_0^t ds_1 \int_0^{s_1} ds_2 \Delta(s_1) \eta(s_1 - s_2) \Sigma(s_1) \\ &+ i \int_0^t ds_1 \int_0^{s_1} ds_2 \Delta(s_2) \nu(s_1 - s_2) \Sigma(s_2), \end{aligned} \quad (1.31)$$

donde se ha introducido un cambio de variables $\Delta = x - x'$ y $\Sigma = 1/2(x + x')$.

Las partes real e imaginaria de la acción efectiva $\mathcal{A}[x, x']$ pueden interpretarse como responsables de la disipación y el ruido. Los núcleos de ruido y disipación están siempre relacionados por una ecuación integral conocida como la relación de fluctuación-disipación². Para el caso del MBC, esta relación puede escribirse como

$$v(s) = \int_{-\infty}^{\infty} ds' K(s - s') \gamma(s'), \quad (1.33)$$

donde $K(s)$ está definido por

$$K(s) = \int_0^\infty d\omega \frac{\omega}{\pi} \coth\left(\frac{\beta\hbar\omega}{2}\right) \cos(\omega s). \quad (1.34)$$

En el límite de temperatura alta, el núcleo K es proporcional a una función delta de Dirac $K(s) = 2k_B T \delta(s)$ y la relación de fluctuación-disipación no es más que la relación de Einstein usual.

La ecuación de movimiento para la partícula Browniana puede deducirse a partir de la acción efectiva $\mathcal{A}[x, x']$ mediante el cálculo $\frac{\partial \mathcal{A}[x, x']}{\partial x}|_{x=x'} = 0$. Si efectuamos esta variación, el núcleo de disipación η aparecerá en la ecuación de movimiento de manera explícita; mientras que dicha ecuación no contendrá contribuciones provenientes del núcleo de ruido ν , debido a la forma funcional de la parte imaginaria de la acción efectiva $\mathcal{A}[x, x']$. Por otro lado, podemos notar en la Ec.(1.28), por ejemplo, que dicha contribución imaginaria actúa “pesando” las distintas trayectorias que contribuyen a la integral funcional. De este modo, la acción efectiva $\mathcal{A}[x, x']$ puede identificarse como la resultante de un promedio efectuado sobre las distintas realizaciones de una “fuerza estocástica” [40].

²El teorema de fluctuación-disipación vale para un sistema general en equilibrio térmico y un observable $z(t)$ en la representación de Heisenberg. La función χ es la respuesta del sistema ante una fuerza externa $F(t)$ que se aplica para $t > 0$ y se representa por la perturbación temporal de la forma $V(t) = -zF(t)$ en el Hamiltoniano del sistema total. La transformada de Fourier de la función de respuesta del sistema es

$$\tilde{\chi}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{i\omega\tau} \chi(\tau) = \int_0^{\infty} d\tau e^{i\omega\tau} \chi(\tau) \equiv \chi'(\omega) + i\chi''(\omega), \quad (1.32)$$

El teorema de fluctuación-disipación relaciona la respuesta lineal del sistema a una fuerza externa y las fluctuaciones de equilibrio [36].

Para hacer evidente esto último, utilizamos la siguiente identidad matemática:

$$\begin{aligned} F[y(t)] &\equiv \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} \int_0^t dt \int_0^s ds_1 y(s) \nu(s-s_1) y(s_1) \right\} \\ &= \int \mathcal{D}\xi(t) P[\xi(t)] \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} \int_0^s ds y(s) \xi(s) \right\} \end{aligned} \quad (1.35)$$

con

$$P[\xi(t)] = N_\xi \exp \left\{ -\frac{1}{2} \int_0^t ds_1 \int_0^{s_1} ds_2 \xi(s_1) \nu(s_1-s_2)^{-1} \xi(s_2) \right\}, \quad (1.36)$$

donde N_ξ es una constante de normalización. Con todo esto, la parte imaginaria de la acción efectiva puede escribirse en función de la fuente de ruido estocástico como

$$\exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \mathcal{A}[x, x'] \right\} = \int \mathcal{D}\xi(t) P[\xi(t)] \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} S_{\text{ef}}[x, x', \xi] \right\}, \quad (1.37)$$

con

$$S_{\text{ef}}[x, x', \xi] = S[x] - S[x'] + \text{Re}\{\delta \mathcal{A}[x, x']\} - \int_0^t ds y(s) \xi(s), \quad (1.38)$$

donde $\xi(s)$ puede interpretarse como una fuerza estocástica de ruido y definida por la probabilidad gaussiana $P[\xi(t)]$.

Las propiedades del ruido pueden ser obtenidas directamente a partir de la funcional $F[y(t)]$,

$$\begin{aligned} \langle \xi(t) \rangle_P &= -\frac{\hbar}{i} \frac{\delta F[y]}{\delta y(t)} \Big|_{y=0} = 0, \\ \langle \xi(t_1) \xi(t_2) \rangle_P &= \left(-\frac{\hbar}{i} \right) \frac{\delta^2 F[y]}{\delta y(t_1) \delta y(t_2)} \Big|_{y=0} = \hbar \nu(t_1 - t_2), \end{aligned} \quad (1.39)$$

donde $\langle \xi(t_1) \xi(t_2) \rangle_P$ es la función de correlación del entorno. Con todo esto, podemos obtener una ecuación de movimiento explicitando la presencia de un término de ruido. Esta es la ecuación para la partícula browniana asociada de Langevin, donde la dinámica de la partícula clásica está afectada por la presencia de una fuente de ruido [4, 6, 39, 40]:

$$\ddot{x}(t) + \Omega^2 x(t) + 2 \int_0^t ds \eta(s-t) x(s) = \xi(t). \quad (1.40)$$

En esta ecuación se pone de manifiesto que las trayectorias clásicas de la partícula browniana adquieren, debido al entorno, un comportamiento estocástico, conocido como efecto de ruido. Además, si uno considera la contribución del núcleo η , aparecen efectos disipativos y de renormalización.

1.3.2 Ecuación maestra

En general, por consideraciones físicas, el conocimiento de la ecuación maestra para la evolución de la matriz densidad reducida es más útil que la evolución exacta de la matriz densidad total misma. En realidad, a partir de la ecuación maestra podemos extraer muchos aspectos cualitativos acerca del comportamiento del sistema, los cuales son independientes de las condiciones iniciales.

El modelo presentado en este capítulo tiene un acoplamiento lineal y puede resolverse exactamente. Las integrales de camino de la Ec.(1.26) pueden evaluarse debido a que son integrales gaussianas [7, 43]. Por este motivo, la deducción de la ecuación maestra está basada en la representación integral funcional para el operador de evolución de la matriz densidad reducida (Ec.(1.26)) [46]. La no-localidad de los núcleos presentes en la funcional de influencia es la única complicación; por tanto, obtener formalmente la ecuación maestra es conceptualmente equivalente a derivar la ecuación de Schrödinger a partir de la representación funcional del propagador en Mecánica Cuántica.

Los resultados basados en el procedimiento funcional seguido por B.L. Hu, J.P. Paz y Y. Zhang en la Ref.[7] pueden obtenerse de manera extremadamente sencilla, a segundo orden en la constante de acoplamiento, mediante un método perturbativo.

Para hallar la ecuación maestra debemos evaluar la derivada temporal del operador de evolución reducido. Como la funcional de influencia es no local, no podemos calcular esta derivada simplemente expandiendo en dt al propagador $J_r(t+dt, t)$ y restándole $J_r(t, t)$; ya que el propagador $J_r(t+dt, t)$ depende del estado del sistema a tiempo t . Esto únicamente podría hacerse en el caso de temperatura muy alta porque en ese límite la funcional de influencia se vuelve local en el tiempo [40].

En la representación de interacción, la matriz densidad total evoluciona según la ecuación

$$i\hbar\dot{\rho} = [V(t), \rho], \quad (1.41)$$

donde el potencial de interacción $V(t)$, en la representación de interacción es, simplemente,

$$V(t) = \exp \left[\frac{i}{\hbar}(H_S + H_{\mathcal{E}})t \right] V \exp \left[-\frac{i}{\hbar}(H_S + H_{\mathcal{E}})t \right], \quad (1.42)$$

y la matriz densidad ρ ,

$$\rho(t) = \exp \left[\frac{i}{\hbar}(H_S + H_{\mathcal{E}})t \right] \rho \exp \left[-\frac{i}{\hbar}(H_S + H_{\mathcal{E}})t \right]. \quad (1.43)$$

La solución a la Ec.(1.41) puede ser obtenida de manera perturbativa utilizando la serie de Dyson:

$$\rho(t) = \sum_{n \geq 0} \int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 \dots \int_0^{t_n} \left(\frac{1}{i\hbar} \right)^n [V(t_1), [V(t_2), [\dots, [V(t_n), \rho(0)] \dots]]]. \quad (1.44)$$

A partir de esta serie, podemos obtener una ecuación perturbativa, a segundo orden en la constante de acoplamiento con el entorno, para la matriz densidad reducida $\rho_r = \text{Tr}_{\mathcal{E}}\rho$, en la representación de interacción

$$\begin{aligned}\rho_r(t) &\approx \rho_r(0) + \frac{1}{i\hbar} \int_0^t dt_1 \text{Tr}_{\mathcal{E}}([V(t_1), \rho(0)]) \\ &\quad - \frac{1}{\hbar^2} \int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} dt_2 \text{Tr}_{\mathcal{E}}([V(t_1), [V(t_2), \rho(0)])].\end{aligned}\quad (1.45)$$

Para obtener la ecuación maestra, debemos hacer la derivada temporal de esta ecuación, de modo de obtener

$$\dot{\rho}_r = \frac{1}{i\hbar} \text{Tr}_{\mathcal{E}}[V(t), \rho(0)] - \frac{1}{\hbar^2} \int_0^t dt_1 \text{Tr}_{\mathcal{E}}[V(t), [V(t_1), \rho(0)]].\quad (1.46)$$

Si asumimos que en el instante inicial, el sistema y el entorno no están correlacionados, es decir $\rho(0) = \rho_r(0) \otimes \rho_{\mathcal{E}}(0)$, la ecuación para la matriz densidad reducida queda

$$\dot{\rho}_r = \frac{1}{i\hbar} \text{Tr}_{\mathcal{E}}[V(t), \rho_r(0) \otimes \rho_{\mathcal{E}}(0)] - \frac{1}{\hbar^2} \int_0^t \int dt_1 \text{Tr}_{\mathcal{E}}[V(t), [V(t_1), \rho_r(0) \otimes \rho_{\mathcal{E}}(0)]].\quad (1.47)$$

Al observar el lado derecho de esta ecuación, vemos que podríamos reemplazar el estado inicial del sistema $\rho_r(0)$ en función de $\rho_r(t)$, despejando el primero de la Ec.(1.45). De esta manera, nos independizamos de la matriz densidad reducida a tiempo $t = 0$, y únicamente obtenemos una dependencia del tiempo t . Bajo estas suposiciones, la ecuación maestra que se obtiene es:

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_r &= \frac{1}{i\hbar} \text{Tr}_{\mathcal{E}}[V(t), \rho_r(t) \otimes \rho_{\mathcal{E}}(0)] - \frac{1}{\hbar^2} \int_0^t dt_1 \text{Tr}_{\mathcal{E}}[V(t), [V(t_1), \rho_r(t) \otimes \rho_{\mathcal{E}}(0)]] \\ &\quad + \frac{1}{\hbar^2} \int_0^t dt_1 \text{Tr}_{\mathcal{E}}([V(t), \text{Tr}_{\mathcal{E}}([V(t_1), \rho_r(t) \otimes \rho_{\mathcal{E}}(0)]) \otimes \rho_{\mathcal{E}}(0)]).\end{aligned}\quad (1.48)$$

En el caso que nos interesa, $V = \sum_n \lambda_n q_n x$. Si el entorno está en equilibrio térmico a temperatura $T = 1/k_B\beta$, la ecuación maestra se reduce a

$$\dot{\rho}_r = -\frac{1}{\hbar^2} \int_0^t dt_1 \text{Tr}_{\mathcal{E}}[V(t), [V(t_1), \rho_r(t) \otimes \rho_{\mathcal{E}}(0)]],\quad (1.49)$$

y el término dentro de la integral temporal se puede escribir como

$$\begin{aligned}\text{Tr}_{\mathcal{E}}[V(t), [V(t_1), \rho_r(t) \otimes \rho_{\mathcal{E}}(0)]] &= \frac{1}{2} \sum_n \lambda_n^2 \langle \{q_n(t), q_n(t_1)\} \rangle [x(t), [x(t_1), \rho_r]] \\ &\quad + \langle [q_n(t), q_n(t_1)] \rangle [x(t), \{x(t_1), \rho_r\}],\end{aligned}\quad (1.50)$$

donde $\langle \dots \rangle$ significa el promedio sobre el estado inicial del entorno. Si volvemos a la representación de Schrödinger, la ecuación maestra se escribe

$$\dot{\rho}_r = \frac{1}{i\hbar} [H_S, \rho_r] - \int_0^t dt_1 \left(\nu(t-t_1) [x, [x(t_1-t), \rho]] - i\eta(t-t_1) [x, \{x(t_1-t), \rho\}] \right),\quad (1.51)$$

en función de los núcleos de ruido y disipación, definidos respectivamente como:

$$\begin{aligned}\nu(t) &= \frac{1}{2\hbar^2} \sum_n \lambda_n^2 \langle \{q_n(t), q_n(0)\} \rangle = \sum_n \frac{\lambda_n^2}{2m_n \hbar \omega_n} \cos(\omega_n t) (1 + 2N_n) \\ \eta(t) &= \frac{i}{2\hbar^2} \sum_n \lambda_n^2 \langle [q_n(t), q_n(0)] \rangle = \sum_n \frac{\lambda_n^2}{2m_n \hbar \omega_n} \sin(\omega_n t)\end{aligned}\quad (1.52)$$

Usando que $1 + 2N_n = \coth(\frac{\beta \hbar \omega}{2})$, la expresión para la densidad espectral y la relación

$$\sum_{n=1}^N \frac{\lambda_n^2}{2m_n \omega_n} f(\omega_n) = \int_0^\infty d\omega I(\omega) f(\omega), \quad (1.53)$$

obtenemos

$$\begin{aligned}\nu(t) &= \int_0^\infty d\omega I(\omega) \cos(\omega t) (1 + 2N(\omega)), \\ \eta(t) &= \int_0^\infty d\omega I(\omega) \sin(\omega t).\end{aligned}\quad (1.54)$$

Si resolvemos las ecuaciones de Heisenberg para el sistema reducido, el operador de posición está dado por

$$x(t) = x \cos(\Omega t) + \frac{1}{M\Omega} p \sin(\Omega t). \quad (1.55)$$

De esta forma, podemos escribir la expresión final de la ecuación maestra, para un entorno general y a cualquier temperatura:

$$\dot{\rho}_r = \frac{i}{\hbar} [H_S + \frac{1}{2} M \delta \Omega^2(t) x^2, \rho_r] + 2i\gamma(t) [x, \{p, \rho_r\}] - \mathcal{D}(t) [x, [x, \rho_r]] - f(t) [x, [p, \rho_r]], \quad (1.56)$$

donde los coeficientes se definen

$$\begin{aligned}\delta \Omega^2(t) &= -\frac{2\hbar}{M} \int_0^t dt' \cos(\Omega t') \eta(t'), \\ \gamma(t) &= -\frac{1}{2M\Omega} \int_0^t dt' \sin(\Omega t') \eta(t'), \\ D(t) &= \int_0^t dt' \cos(\Omega t') \nu(t'), \\ f(t) &= -\frac{1}{M\Omega} \int_0^t dt' \sin(\Omega t') \nu(t').\end{aligned}\quad (1.57)$$

Estos coeficientes, explícitamente dependientes del tiempo, están definidos a segundo orden en la constante de acoplamiento. $\tilde{\Omega}^2 = \Omega^2 + \delta \Omega^2(t)$ es la frecuencia natural renormalizada del entorno; $\gamma(t)$ es la tasa de relajación; $D(t)$ y $f(t)$ son los coeficientes de difusión (responsables de los efectos de pérdida de coherencia en el sistema). En el límite de temperatura alta estos coeficientes toman formas más sencillas y se vuelven constantes en el tiempo: $\gamma(t) = \gamma_0$, $\mathcal{D}(t) = 2\gamma_0 k_B T$ y $f(t) \sim 1/k_B T$, por lo cual, este coeficiente es despreciable.

La ecuación maestra Ec.(1.56), obtenida a partir de un desarrollo perturbativo, es la misma que se deduce de manera exacta para el MBC con acoplamiento lineal [7, 43]. Sin embargo, en este último caso, los coeficientes son formalmente distintos, ya que su formulación es exacta.

1.4 El proceso de pérdida de coherencia

La interacción entre un subsistema cuántico abierto y su entorno crea correlaciones entre los estados del subsistema y aquellos del entorno. El entorno se “lleva” información del subsistema a través de estas correlaciones. Después de trazar sobre los grados de libertad del entorno, un determinado conjunto de estados exhiben una fuerte estabilidad frente a la interacción con el entorno, mientras que superposiciones lineales de estos estados son destruidas en la evolución dinámica del sistema, a veces de forma muy rápida o, incluso, de manera instantánea. Esta destrucción dinámica de las coherencias cuánticas, inducida puramente por la presencia de un entorno, se llama *decoherencia*. Este proceso implica una selección dinámica de un conjunto privilegiado de estados del subsistema denominados estados punteros o “pointer states”, los cuales resultan invariantes a la acción del Hamiltoniano de Interacción que describe la dinámica entre el subsistema y el entorno. En general, el punto central en el estudio de decoherencia es estimar el tiempo en el cual se lleva a cabo la destrucción de las coherencias. Este tiempo define una nueva escala en el problema (t_D), llamada tiempo de decoherencia, y resulta extremadamente útil si uno quiere medir efectos cuánticos en un experimento, pues, una vez destruidas estas coherencias, el sistema exhibirá un comportamiento “clásico”.

Para poder hacer una estimación de este tiempo, uno debe identificar el coeficiente de difusión de la ecuación maestra para la matriz densidad reducida. Siguiendo con el ejemplo de una partícula Browniana cuántica, en el límite de temperatura alta, el coeficiente de difusión es $\mathcal{D} = 2\gamma_0 k_B T$. Como está ampliamente mostrado en la Literatura [7], la tasa de pérdida de coherencia $\Gamma_D = 1/t_D$, está definida por:

$$\Gamma_D = 4L_0^2 \mathcal{D} \approx 8L_0^2 \gamma_0 k_B T. \quad (1.58)$$

L_0 implica alguna longitud característica del problema en consideración (por ejemplo, una superposición lineal inicial de estados separados una distancia L_0). Por lo tanto, los términos fuera de la diagonal decaen como Γ_D , y las coherencias cuánticas desaparecen exponencialmente en una escala que podemos identificar como

$$t_D = \gamma_0^{-1} \left(\frac{\lambda_T}{L_0} \right)^2, \quad (1.59)$$

donde $\lambda_T = \hbar/\sqrt{2mk_BT}$ es la longitud de onda de de Broglie. Así, para un objeto macroscópico, el tiempo de pérdida de coherencia t_D es, típicamente, varios órdenes de magnitud menor que el tiempo de relajación $t_R = \gamma_0^{-1}$. Por ejemplo, para un sistema en una habitación a una temperatura $T = 300K$, con una masa de $m = 1g$ y con una separación $L_0 = 1cm$, el cociente $t_D/t_R = 10^{-40}$. En consecuencia, aunque el tiempo de relajación sea del orden de la edad del Universo, $t_R \sim 10^{17}$ segs, la coherencia cuántica será destruída en $t_D \sim 10^{-23}$ segs [3]. Una diferencia tan grande puede obtenerse sólo para objetos macroscópicos, y puede aceptarse cuando las condiciones por las cuales se derivó la ecuación maestra se satisfacen. No obstante, es simple de entender, en este contexto, por qué la pérdida de coherencia entre trayectorias macroscópicamente distinguibles es casi instantánea, aún para sistemas casi aislados.

En este contexto, a lo largo de esta Tesis, nos centraremos en el estudio del proceso de pérdida de coherencia que ocurre en distintos sistemas físicos relevantes, y en los casos en que nos sea posible, estimaremos el tiempo de pérdida de coherencia para dichos sistemas.

Capítulo 2

Efectos difusivos inducidos por fluctuaciones cuánticas

En este capítulo, analizaremos el efecto de las fluctuaciones de vacío de un entorno a temperatura cero como fuente del proceso de pérdida de coherencia. Las fluctuaciones de vacío tienen muchos efectos visibles. El corrimiento de la frecuencia de Lamb o el efecto Casimir son claras manifestaciones de su existencia. En estos ejemplos, el efecto del vacío simplemente se traduce en la renormalización de los parámetros originales del sistema. Sin embargo, las fluctuaciones que trataremos en adelante, no inducen únicamente una renormalización de los parámetros de la partícula de prueba. Por el contrario, representan una fuente de ruido y disipación para el sistema acoplado al entorno a temperatura cero. En primer lugar, estudiaremos analíticamente el proceso de decoherencia y estimaremos la escala temporal en la cual este proceso se lleva a cabo en el caso de entornos óhmicos. Luego, extenderemos este estudio al caso de entornos más generales, es decir supraóhmicos y subóhmicos, también a temperatura estrictamente cero. En todos los casos, completaremos el desarrollo analítico con simulaciones numéricas. En la segunda parte de este capítulo, nos concentraremos en estudiar otro tipo de efecto difusivo, inducido también por las fluctuaciones de vacío del entorno, cuando éste está a temperatura cero: la excitación energética. En particular, a través de un análisis numérico, estudiaremos su existencia para entornos generales a temperatura cero y, mostraremos que este fenómeno es posterior al proceso de decoherencia que se lleva a cabo en el sistema cuántico original.

La presencia de un entorno cuántico a temperatura cero y su injerencia en el fenómeno de interferencia ha sido estudiado en los últimos años por varios autores [47, 48, 49]. En muchos trabajos, particularmente donde se estudia el fenómeno de pérdida de coherencia en el Movimiento Browniano Cuántico (MBC), la mayoría de las conclusiones acerca del proceso

difusivo a temperatura cero han sido en base a resultados numéricos. Por el contrario, el límite de temperatura alta del MBC [50] ha sido ampliamente estudiado. Este mismo proceso, pero en el caso de baja temperatura (aunque no estrictamente cero), también ha sido discutido numéricamente (a través de los coeficientes de difusión normal y anómalo) para entornos generales [7, 45, 46]. Sin embargo, poco se ha estudiado el caso de un entorno a temperatura cero. En lo que sigue, nos ocuparemos del proceso de pérdida de coherencia en entornos generales a temperatura cero.

2.1 El modelo

El modelo que consideraremos consiste en una partícula de prueba (de masa M y frecuencia característica Ω) acoplada a un entorno representado por un conjunto de infinitos osciladores armónicos. La acción total, correspondiente al sistema más su entorno, resulta (fijando $\hbar = 1$)

$$\begin{aligned} S[x, q_n] &= S[x] + S[q_n] + S_{\text{int}}[x, q_n] \\ &= \int_0^t ds \left[\frac{1}{2} M (\dot{x}^2 - \Omega^2 x^2) + \sum_n \frac{1}{2} m_n (\dot{q}_n^2 - \omega_n^2 q_n^2) \right] - \sum_n \lambda_n x q_n, \end{aligned} \quad (2.1)$$

donde x y q_n son las coordenadas de la partícula y de los osciladores, respectivamente. La partícula está acoplada a cada oscilador de manera lineal a través de una constante de acoplamiento λ_n . Los objetos que resultan relevantes para analizar la transición cuántico-clásica en este modelo son la matriz densidad reducida y la función de Wigner asociada definidas, respectivamente, como

$$\begin{aligned} \rho_r(x, x', t) &= \int d\bar{q} \rho(x, \bar{q}, x', \bar{q}, t) \\ W_r(x, p, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dy e^{ipy} \rho_r(x + \frac{y}{2}, x - \frac{y}{2}, t). \end{aligned} \quad (2.2)$$

La matriz densidad reducida satisface una ecuación maestra (Ec.(1.56)) mencionada en el Capítulo 1, la cual fue derivada de manera exacta por Hu, Paz y Zhang para el MBC [7].

La ecuación maestra, se puede escribir alternativamente como

$$\begin{aligned} i \frac{\partial}{\partial t} \rho_r(x, x', t) &= \left[-\frac{1}{2M^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial x'^2} \right) \right] \rho_r(x, x', t) + \frac{1}{2} M \Omega^2 (x^2 - x'^2) \rho_r(x, x', t) \\ &+ \frac{1}{2} M \delta \Omega^2(t) (x^2 - x'^2) \rho_r(x, x', t) - i\gamma(t) (x - x') \left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x'} \right) \rho_r(x, x', t) \\ &- iM\mathcal{D}(t) (x - x')^2 \rho_r(x, x', t) - f(t) (x - x') \left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x'} \right) \rho_r(x, x', t), \end{aligned} \quad (2.3)$$

donde resulta evidente que el coeficiente de difusión $\mathcal{D}(t)$ está relacionado con el decaimiento de los términos no diagonales de la matriz, ya que es proporcional a $(x-x')^2$. Los coeficientes de esta ecuación son aquellos definidos en la Ec.(1.57) del Capítulo 1. Estos coeficientes, explícitamente dependientes del tiempo (salvo en situaciones particulares), están definidos a segundo orden en la constante de acoplamiento. Inicialmente, es decir a tiempo $t = 0$, todos los coeficientes son cero si suponemos que el sistema y el entorno no están correlacionados. Los coeficientes de renormalización de la frecuencia y de disipación se deducen a partir del núcleo homónimo a este último coeficiente; mientras que los coeficientes difusivos, lo hacen a partir del núcleo de ruido, ambos definidos en la Ec.(1.54). En lo que sigue, nos dedicaremos a escribir explícitamente estos coeficientes para los distintos tipos de entorno, es decir óhmico, subóhmico y supraóhmico, según corresponda.

2.2 Entornos óhmicos

Para analizar cómo es el proceso de pérdida de coherencia cuando la partícula Browniana está acoplada a un entorno óhmico a temperatura cero, debemos definir la densidad espectral de dicho entorno. En este caso particular, usaremos $I(\omega) = (2/\pi)M\gamma_0\Lambda^2\omega/(\omega^2 + \Lambda^2)$ donde Λ es una frecuencia física de corte, que representa la frecuencia más alta presente en el entorno. En el límite de temperatura alta ($\hbar\Lambda \ll k_B T$), los coeficientes de la Ec.(1.57) resultan constantes. En particular, el coeficiente de disipación es γ_0 y, el coeficiente de difusión $\mathcal{D} = 2M\gamma_0 k_B T$. El coeficiente de difusión anómalo puede ser despreciado ya que resulta ser inversamente proporcional a la temperatura del baño, la cual es muy alta en este caso ($f \propto 1/T$). Por lo tanto, el término relevante de la ecuación maestra a la hora de evaluar la pérdida de coherencia del sistema, es únicamente aquel proporcional a \mathcal{D} .

Nuestro objetivo primario es analizar este fenómeno cuando el baño carece de temperatura, es decir, el entorno tiene temperatura estrictamente cero. Esta condición se traduce en fijar $\coth(\beta\hbar\omega/2) = 1$ en la definición del núcleo de ruido Ec.(1.54), y por lo tanto, en los coeficientes Ec.(1.57). De esta manera, podemos evaluar cada uno de los coeficientes de la ecuación maestra. En particular, estamos interesados en escalas temporales mayores que el tiempo de memoria del entorno, es decir $t > 1/\Lambda$. Encontraremos, también, el comportamiento para tiempos largos ($\Lambda t \gg 1$) de cada coeficiente. En la Figura 2.1, mostramos el comportamiento de los coeficientes calculados para distintos casos.

Empezaremos calculando el corrimiento de la frecuencia (Fig.2.1(a)),

$$\delta\Omega^2(t) = \frac{4M\gamma_0}{\pi}\Lambda^2 \int_0^\infty d\omega \int_0^t ds \frac{\omega}{\omega^2 + \Lambda^2} \sin \omega s \cos \Omega s, \quad (2.4)$$

el cual, tras realizar las integrales, es

$$\delta\Omega^2(t) = 2M\gamma_0 \frac{\Lambda^3}{\Lambda^2 + \Omega^2} \left[1 - e^{-\Lambda t} \left(\cos \Omega t - \frac{\Omega}{\Lambda} \sin \Omega t \right) \right]. \quad (2.5)$$

Si, en particular, queremos conocer el comportamiento a tiempos largos, tales que $\Lambda t \gg 1$, entonces el cambio en la frecuencia natural del sistema se cuantifica según

$$\delta\Omega^2 = 2M\gamma_0 \frac{\Lambda^3}{\Lambda^2 + \Omega^2}. \quad (2.6)$$

Por su parte, el coeficiente de disipación está graficado en la Fig.2.1(b) y se calcula a partir de

$$\gamma(t) = -\frac{2M\gamma_0}{\pi\Omega} \Lambda^2 \int_0^\infty d\omega \int_0^t ds \frac{\omega}{\omega^2 + \Lambda^2} \sin \omega s \sin \Omega s. \quad (2.7)$$

Luego de realizar estas integrales, se obtiene

$$\gamma(t) = -M\gamma_0 \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + \Omega^2} \left[1 - e^{-\Lambda t} \left(\cos \Omega t + \frac{\Lambda}{\Omega} \sin \Omega t \right) \right], \quad (2.8)$$

que tiene el siguiente comportamiento para tiempos largos

$$\gamma = -M\gamma_0 \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + \Omega^2}. \quad (2.9)$$

El coeficiente de difusión normal se define según la expresión

$$D(t) = \frac{2M\gamma_0}{\pi} \Lambda^2 \int_0^\infty d\omega \int_0^t ds \frac{\omega}{\omega^2 + \Lambda^2} \cos \omega s \cos \Omega s, \quad (2.10)$$

la cual, al ser explícitamente calculada, resulta

$$\begin{aligned} D(t) &= \frac{2M\gamma_0}{\pi} \frac{\Lambda^2 \Omega}{\Omega^2 + \Lambda^2} \left[\text{Shi}(\Lambda t) \left(\frac{\Lambda}{\Omega} \cos \Omega t \cosh \Lambda t + \sin \Omega t \sinh \Lambda t \right) \right. \\ &\quad \left. - \text{Chi}(\Lambda t) \left(\frac{\Lambda}{\Omega} \cos \Omega t \sinh \Lambda t + \sin \Omega t \cosh \Lambda t \right) + \text{Si}(\Omega t) \right], \end{aligned} \quad (2.11)$$

donde Shi(x) y Chi(x) son el SinIntegral y CosIntegral hiperbólico, respectivamente; y Si(x) es el SinIntegral. Esta expresión puede ser simplificada, en el caso que $\Lambda t \gg 1$, de manera de hacer evidente el comportamiento de la forma

$$D(t) = \frac{2M\gamma_0}{\pi} \frac{\Lambda^2 \Omega}{\Omega^2 + \Lambda^2} \text{Si}(\Omega t). \quad (2.12)$$

Este coeficiente vale para cualquier valor de la frecuencia natural del sistema (Ω). Su comportamiento resulta oscilatorio en el tiempo. De hecho, tiene un comportamiento constante sólo en el caso en que $\Omega t \gg 1$, ya que $\text{Si}(x) \rightarrow \pi/2$, $D_\infty \sim M\gamma_0 \Lambda^2 \Omega / (\Lambda^2 + \Omega^2)$, como se

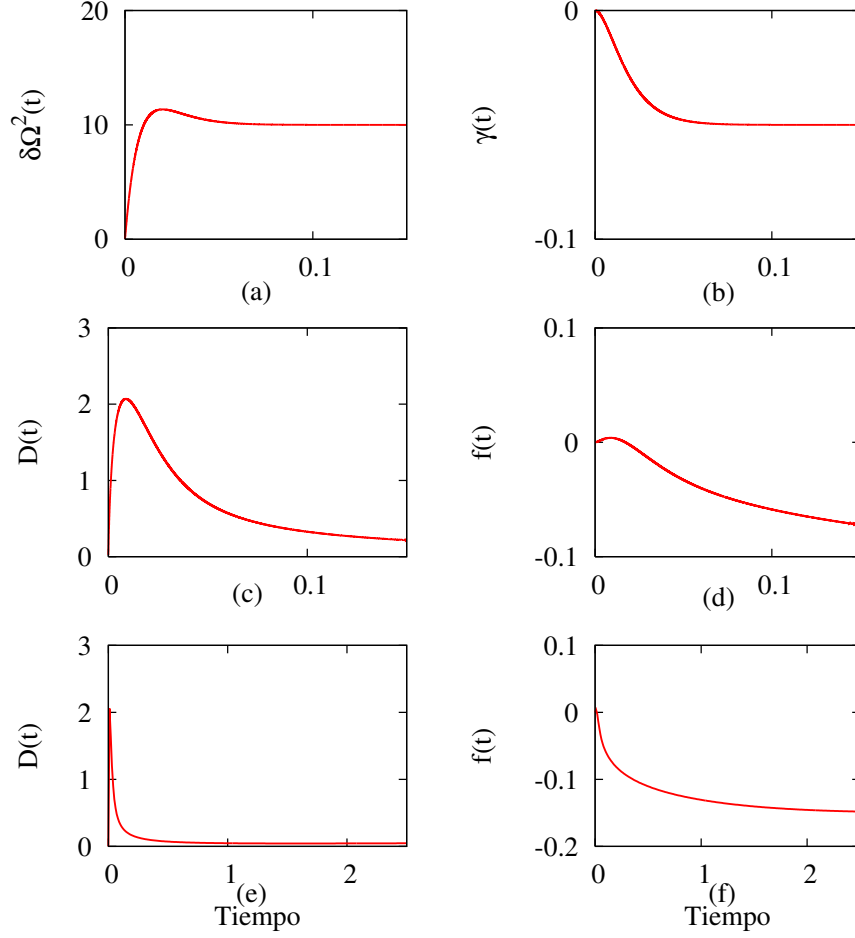


Fig. 2.1: Evolución temporal de los coeficientes de la ecuación maestra para un entorno a temperatura cero. En los gráficos superiores mostramos la renormalización de la frecuencia en (a) y la disipación en (b). Los gráficos en la fila del medio corresponden a la difusión normal $\mathcal{D}(t)$ (c) y anómalo $f(t)$ (d) para tiempos cortos con la intención de mostrar el transitorio inicial. Los valores para tiempos más largos de los coeficientes difusivos se muestran en los gráficos inferiores (e) y (f). En todos los casos, los parámetros usados son: $\gamma_0 = 0.05$, $\Lambda = 100$, $\Omega = 1$.

puede observar en la Fig 2.1 (e). En cualquier otro caso, el coeficiente tiene un transitorio inicial y se aproxima al valor asintótico D_∞ , como muestra la Fig.2.1(c). Por el contrario, cuando $\Omega \ll 1$, la difusión normal crece linealmente con el tiempo, según $D \sim 2M(\gamma_0/\pi)\Lambda^2\Omega^2t/(\Lambda^2 + \Omega^2)$, de forma similar a lo obtenido en la Ref.[49].

Finalmente, el coeficiente de difusión anómalo se puede calcular según

$$f(t) = -\frac{2\gamma_0}{\pi\Omega}\Lambda^2 \int_0^\infty d\omega \int_0^t ds \frac{\omega}{\omega^2 + \Lambda^2} \cos \omega s \sin \Omega s, \quad (2.13)$$

que, al hacer las integrales, resulta

$$f(t) = -2\gamma_0 \frac{\Lambda^2}{\Omega^2 + \Lambda^2} \left[\text{Shi}(\Lambda t) \left(\frac{\Lambda}{\Omega} \sin \Omega t \cosh \Lambda t - \cos \Omega t \sinh \Lambda t \right) \right. \\ \left. + \text{Chi}(\Lambda t) \left(-\frac{\Lambda}{\Omega} \sin \Omega t \sinh \Lambda t + \cos \Omega t \cosh \Lambda t \right) - \text{Ci}(\Omega t) - \log \frac{\Lambda}{\Omega} \right]. \quad (2.14)$$

Nuevamente, si queremos conocer el comportamiento a tiempos largos, $\Lambda t \gg 1$, el coeficiente es

$$f(t) = 2\gamma_0 \frac{\Lambda^2}{\Omega^2 + \Lambda^2} \left(\text{Ci}(\Omega t) + \log \frac{\Lambda}{\Omega} \right). \quad (2.15)$$

Este coeficiente también toma un valor constante cuando $\Omega t \gg 1$ siendo $f_\infty \sim 2\gamma_0(\Lambda^2/(\Lambda^2 + \Omega^2)) \log \Lambda/\Omega$ (Fig.2.1(f)); y si, por el contrario, $\Omega t \ll 1$, entonces, $f(t) \sim 2\gamma_0(\log \Lambda t + \Gamma_{\text{Euler}})$, con Γ_{Euler} el número de Euler Gamma. Vale destacar que el comportamiento asintótico de estos coeficientes fue recientemente estudiado en la Ref.[51]. Esto fue desarrollado de manera exacta y coincide con nuestros resultados en el caso de $\gamma_0 \ll 1$ y frecuencias naturales y de corte chicas.

2.2.1 Pérdida de coherencia a temperatura cero

Analizaremos el proceso de pérdida de coherencia en un caso sencillo. Nuestro estado inicial está formado por una superposición lineal de dos estados deslocalizados, tanto en posición como en momento. Para ello, asumiremos que tenemos dos paquetes gaussianos localizados simétricamente en el espacio de fases, es decir $x_0 = \pm L_0$, de la misma forma a lo realizado por los autores en [50]: $\Psi(x, t = 0) = \Psi_1(x) + \Psi_2(x)$, tal que

$$\Psi_{1,2} = N \exp \left(-\frac{(x \mp L_0)^2}{2\delta^2} \right) \exp(\pm i P_0 x), \quad (2.16)$$

$$N^2 = \frac{\tilde{N}^2}{\pi \delta^2} = \frac{1}{2\pi \delta^2} \left[1 + \exp \left(-\frac{L_0^2}{\delta^2} - \delta^2 P_0^2 \right) \right]^{-1}, \quad (2.17)$$

donde N es la normalización y δ es el ancho inicial del paquete de ondas. En término de la función de Wigner, el estado a un tiempo dado t es $W(x, p, t) = W_1(x, p, t) + W_2(x, p, t) + W_{\text{int}}(x, p, t)$, donde

$$W_{1,2} = \frac{\tilde{N}^2}{\pi} \frac{\delta_1}{\delta_2} \exp \left(-\frac{(x \mp x_c)^2}{\delta_1^2} \right) \exp \left(-\delta_2^2 (p \mp p_c - \beta(x \mp x_c))^2 \right), \quad (2.18)$$

y

$$W_{\text{int}} = \frac{2\tilde{N}^2}{\pi} \frac{\delta_1}{\delta_2} \delta_2^2 (p - \beta x)^2 \cos(2k_p p + 2(k_x - \beta k_p)x). \quad (2.19)$$

Todos los parámetros que aparecen en estas ecuaciones son funciones del tiempo, determinados por la evolución del propagador de la matriz densidad reducida y de la condición

a tiempo cero [50]. El estado inicial será tal que $\delta_1^2 = \delta_2^2 = \delta^2$, $k_x = P_0 = p_c$, $k_p = L_0 = x_c$. Los parámetros k_p y k_x , indican la evolución de las franjas de interferencia en las coordenadas de momento y posición del espacio de fases, respectivamente.

Como ha sido definido en la Literatura, por ejemplo en [46], el efecto de la pérdida de coherencia se cuantifica a través de un factor exponencial $\Gamma(t)$ o factor de “decoherencia”, definido según

$$\Gamma(t) = \exp(-A_{\text{int}}) = \frac{1}{2} \frac{W_{\text{int}}(x, p)|_{\text{peak}}}{[W_1(x, p)|_{\text{peak}} W_2(x, p)|_{\text{peak}}]^{\frac{1}{2}}}. \quad (2.20)$$

Inicialmente el “factor de visibilidad” de las franjas de interferencia A_{int} es nulo y siempre está acotado por el valor máximo $A_{\text{int}} \leq L_0^2/\delta^2 + \delta^2 P_0^2 = A_{\text{int}}|_{\text{max}}$. Este factor de visibilidad evoluciona en el tiempo según $\dot{A}_{\text{int}} = 4\mathcal{D}(t)k_p^2 - 4f(t)k_p(k_x - \beta k_p)$. En el caso en que el entorno está a temperatura muy alta, y vale $\hbar\omega \ll k_B T$, el coeficiente de difusión anómalo es despreciable y se obtiene una tasa de pérdida de coherencia proporcional a la temperatura del entorno, derivada únicamente del término de difusión normal. En nuestro caso particular, en donde el entorno está a temperatura cero, ambos coeficientes $\mathcal{D}(t)$ y $f(t)$ contribuyen al factor de visibilidad A_{int} . La estimación de este factor es, entonces, más complicada. Una simplificación posible es asumir que las franjas de interferencia se mantienen aproximadamente en las posiciones iniciales y, así, fijar $k_p = L_0$ y $k_x = 1/(2L_0)$. Si miramos tiempos tales que $\Lambda t \gg 1$ de manera de ignorar el transitorio inicial, se pueden usar las expresiones para tiempos largos de los coeficientes difusivos (Ecs.(2.12) y (2.15)) para evaluar el coeficiente A_{int} . De modo de obtener la forma más sencilla para la ecuación de evolución de A_{int} , tomaremos $\beta \sim 0$, equivalente a quedarnos con β a tiempos cortos [50]. De este modo, estamos haciendo una elección conservativa de este parámetro, la cual nos permitirá obtener una cota superior para el tiempo de decoherencia t_D . La ecuación de evolución para el coeficiente de visibilidad resulta

$$\dot{A}_{\text{int}} \approx 4L_0^2 \mathcal{D}(t) - 2f(t). \quad (2.21)$$

Para conocer el tiempo de pérdida de coherencia t_D , debemos resolver $1 \approx A_{\text{int}}(t = t_D)$. Si pedimos esta condición, se puede observar en la Ec.(2.21) que no es posible despejar analíticamente una escala global de pérdida de coherencia para el caso de un entorno a temperatura cero. De todas maneras, podemos encontrar las correspondientes escalas para situaciones particulares. Por ejemplo, en el caso de un sistema con frecuencia natural Ω , tal que $\Omega \sim \Lambda$ ($\Omega t \gg 1$), se puede obtener fácilmente

$$A_{\text{int}} \sim 2L_0^2 M \gamma_0 \Lambda t + 4\gamma_0 \left(t \text{Ci}(\Lambda t) - \frac{\sin \Lambda t}{\Lambda} \right), \quad (2.22)$$

que implica un escala de pérdida de coherencia corta

$$t_D \sim \frac{1}{2ML_0^2\gamma_0\Lambda}. \quad (2.23)$$

Este resultado es válido mientras sea cierto que el producto $ML_0^2\gamma_0 \leq 1$, de manera de poder despreciar el transitorio inicial. Esta escala coincide con el tiempo de pérdida de coherencia evaluado directamente a partir de \mathcal{D}_∞ , como por ejemplo, hacen los autores en la Ref.[46]. En este límite particular, el coeficiente anómalo no juega un papel importante como se puede verificar usando f_∞ en la Ec.(2.21).

En el caso contrario, cuando $\Omega t \ll 1$ (para tiempos $\frac{1}{\Lambda} < t < \frac{1}{\Omega} < \frac{1}{\gamma_0}$), podemos evaluar el coeficiente A_{int} usando el límite asintótico de $\text{Si}(x)$ y $\text{Ci}(x)$. De esa forma, obtenemos

$$A_{\text{int}} \approx \frac{8\Lambda^2}{\Lambda^2 + \Omega^2} \gamma_0 \left[\frac{ML_0^2}{2\pi} (\Omega t)^2 + t (\log \Lambda t + \Gamma - 1) \right], \quad (2.24)$$

que resulta una cota para el tiempo de pérdida de coherencia $t_D \leq \frac{1}{8\gamma_0}$, el cual puede ser muy grande para sistemas subamortiguados. En este caso particular, la corrección logarítmica se debe al término de difusión anómalo $f(t)$, a diferencia de lo que hicieron los autores en la Ref.[49] despreciando este efecto aún a temperatura cero. Esta escala es más larga que la escala temporal t_D correspondiente al caso de temperatura alta, incluso en el caso que el sistema de prueba tiene una frecuencia natural alta y el entorno una temperatura “baja” (pero sigue valiendo que $\hbar\omega \ll k_B T$). Resulta necesario remarcar que, nuestra estimación es menor que el tiempo de saturación del sistema $t_{\text{sat}} = \gamma_0^{-1}$, tiempo en el cual A_{int} alcanza su máximo valor. Finalmente, podemos ver que, en el caso que sea posible despreciar el segundo término de la Ec.(2.24), por ejemplo cuando las trayectorias son macroscópicas ($ML_0 \gg 1$), obtenemos

$$t_D \approx \frac{1}{2L_0\Omega} \sqrt{\frac{\pi}{M\gamma_0}}. \quad (2.25)$$

Con el fin de complementar nuestras estimaciones analíticas sobre los tiempos en los cuales el proceso de pérdida de coherencia se lleva a cabo para los distintos casos, hemos resuelto numéricamente la ecuación maestra. Para ello, utilizamos un estado inicial formado por dos estados deslocalizados como se explica en detalle en el Apéndice A. En la Fig.2.2 mostramos la evolución temporal del factor de pérdida de coherencia $\Gamma(t)$ (definido en la Ec.(2.20)) para distintos valores de la frecuencia de corte Λ y la constante de acoplamiento γ_0 . Podemos afirmar que el sistema pierde coherencia para tiempos $\Lambda t > 1$. Esto ocurre proporcionalmente con la frecuencia de corte y la constante de acoplamiento, es decir, cuando más grandes son estos parámetros, más rápido desaparecen las interferencias. Además, en el recuadro inferior de la figura, resulta evidente que el sistema alcanza un punto de

“saturación” de su Entropía Lineal (definida en la Sección A.2 del Apéndice A) para tiempos $t \leq t_{\text{sat}}$. Esta situación se alcanza más rápido para valores más grandes de γ_0 pero valores más chicos de Λ . La razón es, por un lado, el acoplamiento al entorno es más grande y, por el otro, el espacio de Hilbert del entorno es menor, y por tanto, es más fácil alcanzar el valor de saturación.

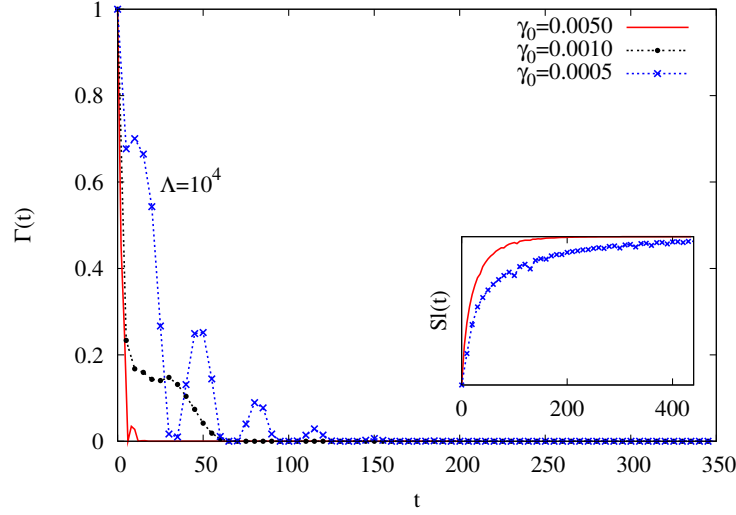


Fig. 2.2: El factor de pérdida de coherencia $\Gamma(t) = \exp(-4L_0(A(t) - C(t)))$, calculado con el método numérico detallado en el Apéndice A, para un entorno óhmico a temperatura cero, para distintos valores de la frecuencia de corte Λ y la constante de acoplamiento γ_0 . Los parámetros están medidos en unidades de la frecuencia natural Ω . Consideramos los casos $\Omega = 15$, $L_0 = 0.5$, $\Lambda = 10^3$ (y $\Lambda = 10^4$ cuando es indicado en el gráfico) para distintos valores de γ_0 en el gráfico principal. En el recuadro inferior, presentamos la evolución temporal de la Entropía Lineal para dos casos ($\gamma_0 = 0.005$ y $\gamma_0 = 0.0005$) y $\Lambda = 10^3$. Ambos gráficos muestran que el entorno a temperatura cero efectivamente induce pérdida de coherencia ($\Gamma(t) \rightarrow 0$) en el sistema.

La única diferencia que hemos notado hasta el momento, entre el entorno óhmico a temperatura cero y el mismo a temperatura alta, es la escala temporal en la cual el sistema pierde coherencia t_D . En el último caso, se espera que este proceso se lleve a cabo en un tiempo aproximado del orden $\mathcal{O}(1/2M\gamma_0 k_B T)$ mientras que, en el primero, se estima que lo hace en tiempos más largos, menores que tiempos del orden $\mathcal{O}(1/\gamma_0)$ [10].

En síntesis, en esta sección, hemos deducido expresiones analíticas para la tasa de pérdida de coherencia en un sistema acoplado a un entorno óhmico a temperatura cero para distintos casos y límites particulares. Reobtuvimos los resultados conocidos de las Refs. [46, 49] y presentamos resultados numéricos que coinciden con lo estimado analíticamente.

2.3 Entornos no óhmicos

En esta sección, continuaremos analizando los efectos que induce la presencia de un entorno a temperatura cero en una partícula Browniana, extendiendo el desarrollo de la Sección 2.2 al caso de entornos generales. Los entornos que estudiaremos en adelante serán llamados supraóhmicos o subóhmicos dependiendo de la forma de su densidad espectral, la cual definiremos oportunamente. La importancia de estos entornos a temperatura cero radica en su utilidad para modelar varias situaciones físicas. El entorno óhmico es el más estudiado en la Literatura y produce una fuerza disipativa que, en el límite que la frecuencia de corte Λ tiende a cero, es proporcional a la velocidad. Por su parte, el entorno supraóhmico, es usado generalmente para modelar la interacción entre defectos y fonones en metales [52], o también, la interacción entre una carga y su propio campo electromagnético [53]. En particular, en el caso del entorno supraóhmico nos permitirá encontrar una relación directa con el proceso de pérdida de coherencia en la Teoría Cuántica de Campos [24]. El caso subóhmico, generalmente usado en el contexto del modelo spin-bosón de Legget *et. al* [52], es utilizado, por ejemplo, para estudiar las transiciones de fase cuánticas en un anillo metálico mesoscópico [54].

En este contexto, calcularemos los coeficientes dependientes del tiempo Ec.(1.57) en cada caso y haremos estimaciones analíticas del coeficiente de visibilidad A_{int} . Cuando sea posible, deduciremos las escalas temporales asociadas a este fenómeno. En todos los casos, completaremos el estudio analítico, resolviendo numéricamente la ecuación maestra Ec.(2.3) con el método numérico detallado en el Apéndice A.

Cuando tratemos con los entornos generales, usaremos la siguiente densidad espectral

$$I(\omega) = \frac{2}{\pi} M \gamma_0 \omega \left(\frac{\omega}{\Lambda}\right)^{n-1} e^{-\omega^2/\Lambda^2}, \quad (2.26)$$

la cual nos facilitará la resolución de algunas integrales relacionadas con los coeficientes de la ecuación maestra. En la Ec.(2.26), el parámetro Λ representa nuevamente la frecuencia máxima presente en el entorno.

Para el caso de una partícula Browniana acoplada a un entorno supraóhmico, por ejem-

plo $n = 3$ en la Ec.(2.26), los coeficientes de la ecuación maestra a temperatura cero, son:

$$\begin{aligned} \delta\Omega^2(t)_{n=3} = & \frac{2M\gamma_0}{\pi} \left\{ 2\Lambda + \frac{\Omega^2}{\Lambda} - \frac{1}{\Lambda(1 + \Lambda^2 t^2)^3} \left[(2\Lambda^2 - 6t^2\Lambda^4 + (\Omega + \Lambda^2 t^2 \Omega)^2) \cos(\Omega t) \right. \right. \\ & + 2\Lambda^2 t(1 + \Lambda^2 t^2) \Omega \sin(\Omega t) \left. \right] + \frac{\Omega^3}{2\Lambda^2} \left[\sinh\left(\frac{\Omega}{\Lambda}\right) \left(\text{Ci}\left(\frac{-i\Omega}{\Lambda}\right) + \text{Ci}\left(\frac{i\Omega}{\Lambda}\right) \right. \right. \\ & - \left. \left. \text{Ci}\left(\Omega(t - \frac{i\Omega}{\Lambda})\right) - \text{Ci}\left(\Omega(t + \frac{i\Omega}{\Lambda})\right) \right) \right. \\ & + \left. \left. \frac{\Omega^3}{2\Lambda^2} \cosh\left(\frac{\Omega}{\Lambda}\right) \left(\text{Si}\left(\Omega(t - \frac{i\Omega}{\Lambda})\right) - \text{Si}\left(\Omega(t + \frac{i\Omega}{\Lambda})\right) - \text{Shi}\left(\frac{\Omega}{\Lambda}\right) \right) \right] \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \gamma(t)_{n=3} = & -\frac{2M\gamma_0}{\pi(1 + \Lambda^2 t^2)^3} \left\{ 2\Omega\Lambda t(1 + \Lambda^2 t^2) \cos(\Omega t) - \frac{1}{\Lambda} [2\Lambda^2 - 6\Lambda^4 t^2 + (\Omega \right. \\ & + \left. \Omega\Lambda^2 t^2)^2] \sin(\Omega t) - \frac{\Omega^3}{2\Lambda^2} (1 + \Lambda^2 t^2)^3 \left[\cosh\left(\frac{\Omega}{\Lambda}\right) \left(i \text{Ci}\left(\frac{-i\Omega}{\Lambda}\right) \right. \right. \\ & - \left. \left. i \text{Ci}\left(\frac{i\Omega}{\Lambda}\right) - i \text{Ci}\left(\Omega(t - \frac{i\Omega}{\Lambda})\right) + i \text{Ci}\left(\Omega(t + \frac{i\Omega}{\Lambda})\right) \right) + \sinh\left(\frac{\Omega}{\Lambda}\right) \left(\text{Si}\left(\Omega(t + \frac{i\Omega}{\Lambda})\right) \right. \right. \\ & - \left. \left. \text{Si}\left(\Omega(t - \frac{i\Omega}{\Lambda})\right) \right) \right] \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{D}(t)_{n=3} = & \frac{M\gamma_0}{\pi\Lambda^2(1 + \Lambda^2 t^2)^3} \left\{ 2\Lambda^2 \left[(6t\Lambda^2 - 2t^3\Lambda^4 + t(\Omega + t^2\Lambda^2\Omega)^2) \cos(\Omega t) + (-1 \right. \right. \\ & + \left. \Lambda^4 t^4) \Omega \sin(\Omega t) \right] + (\Omega + \Lambda^2 t^2 \Omega)^3 \left[2 \cosh\left(\frac{\Omega}{\Lambda}\right) \left(\text{Si}\left(\Omega(t - \frac{i\Omega}{\Lambda})\right) + \text{Si}\left(\Omega(t + \frac{i\Omega}{\Lambda})\right) \right) \right. \\ & + \left. \left. i \sinh\left(\frac{\Omega}{\Lambda}\right) \left(\text{Ci}\left(\Omega(t - \frac{i\Omega}{\Lambda})\right) - \text{Ci}\left(\Omega(t + \frac{i\Omega}{\Lambda})\right) - \log\left(\frac{-i\Omega}{\Lambda}\right) + \log\left(\frac{i\Omega}{\Lambda}\right) \right) \right] \right\} \quad (2.27) \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} f(t)_{n=3} = & \frac{2M\gamma_0}{\pi(1 + \Lambda^2 t^2)^3} \left\{ \frac{\Omega^3}{2\Lambda^2} (1 + \Lambda^2 t^2)^3 \cosh\left(\frac{\Omega}{\Lambda}\right) \left[\text{Chi}\left(\frac{-i\Omega}{\Lambda}\right) + \text{Chi}\left(\frac{i\Omega}{\Lambda}\right) \right] - \Omega(1 + \Lambda^2 t^2)^3 \right. \\ & + (\Omega - \Lambda^4 t^4) \cos(\Omega t) + t(6\Lambda^2 - 2t^2\Lambda^4 + (\Omega + t^2\Lambda^2\Omega)^2) \sin(\Omega t) \\ & + \left. \frac{\Omega^3}{\Lambda^2} \sinh\left(\frac{\Omega}{\Lambda}\right) (1 + \Lambda^2 t^2)^3 \left[\text{Shi}\left(\frac{\Omega}{\Lambda}\right) + i \text{Si}\left(\Omega(t - \frac{i\Omega}{\Lambda})\right) - i \text{Si}\left(\Omega(t + \frac{i\Omega}{\Lambda})\right) \right] \right\}. \quad (2.28) \end{aligned}$$

Es importante destacar que, a pesar de su apariencia abrumadora, estos coeficientes son todos reales. En la Figura 2.3 presentamos la evolución temporal de cada uno de ellos.

Para el caso subóhmico, es decir $n = 1/2$ en la Ec.(2.26), los coeficientes de la ecuación

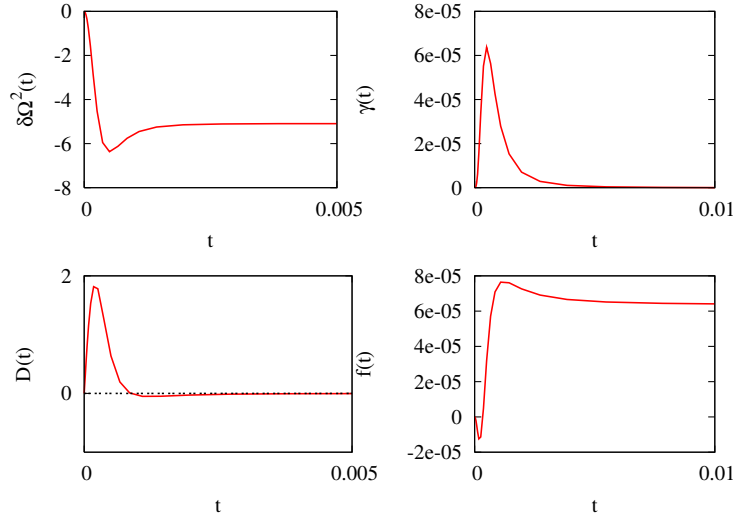


Fig. 2.3: Evolución temporal de los coeficientes de la ecuación maestra para un entorno supraóhmico a temperatura cero. En los gráficos superiores mostramos el coeficiente de renormalización $\delta\Omega^2(t)$ y el de disipación $\gamma(t)$. Los gráficos en la parte inferior muestran la evolución temporal de los coeficientes de difusión normal $\mathcal{D}(t)$ y anómalo $f(t)$. Los parámetros usados en todos los casos son: $\gamma_0 = 0.001$, $\Lambda = 2000$, y $\Omega = 0.1$; y están medidos en unidades de Ω .

maestra pueden ser estimados, si se verifica que $\Lambda/\Omega \gg 1$,

$$\begin{aligned}
 \delta\Omega_{n=1/2}^2(t) &\approx \frac{4M\gamma_0\Lambda}{2\pi} \left\{ 2\text{Ci}(\Omega t) - \text{Ci}[(\Lambda - \Omega)t] - \text{Ci}[(\Lambda + \Omega)t] + \log(\Lambda - \Omega) \right. \\
 &\quad \left. + \log(\Lambda + \Omega) - 2\log(\Omega) \right\}, \\
 \gamma(t)_{n=1/2} &\approx -\frac{2M\gamma_0\Lambda}{\pi} \text{Si}(\Omega t), \\
 \mathcal{D}(t)_{n=1/2} &\approx \frac{2M\gamma_0\Lambda}{3\pi} \left\{ \text{Si}[(\Lambda - \Omega)t] + \text{Si}[(\Lambda + \Omega)t] \right\} \quad y \\
 f(t)_{n=1/2} &\approx -\frac{2M\gamma_0\Lambda}{3\pi} \left\{ \Gamma_{\text{Euler}} - \text{Ci}(2\Lambda t) + \log(2\Lambda t) \right\}.
 \end{aligned} \tag{2.29}$$

Podemos ver que, en el caso supraóhmico, el coeficiente disipativo tiende a cero para tiempos largos a pesar de su importante crecimiento inicial, producto de la interacción entre el sistema y el entorno (que a tiempo $t = 0$ es cero), que se registra en la escala temporal de la frecuencia de corte $t_\Lambda \sim 1/\Lambda$. Este coeficiente tiene un comportamiento bastante diferente en el caso subóhmico, ya que también presenta un crecimiento considerable en la en la escala temporal t_Λ pero, luego, continúa creciendo hasta que logra un valor constante en tiempos $\Lambda t > 1$. El coeficiente correspondiente al caso óhmico, tiene un comportamiento

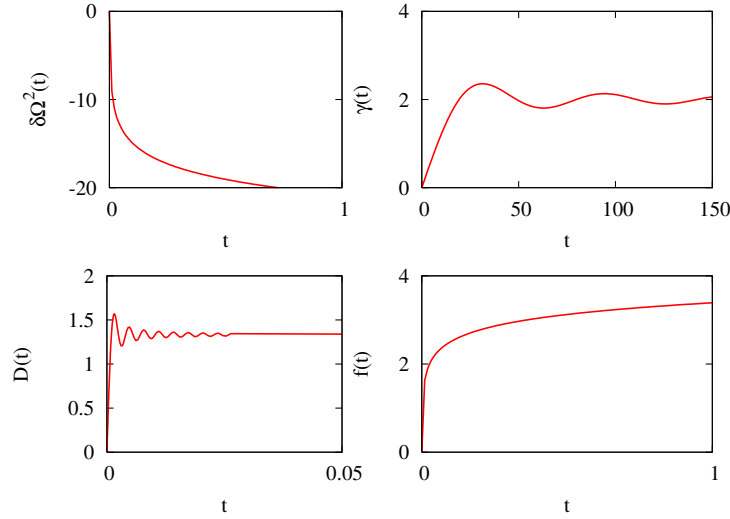


Fig. 2.4: Evolución temporal de los coeficientes de la ecuación maestra para un entorno subóhmico a temperatura cero. En los gráficos superiores mostramos el coeficiente de renormalización $\delta\Omega^2(t)$ y el de disipación $\gamma(t)$. Los gráficos en la parte inferior muestran la evolución temporal de los coeficientes de difusión normal $\mathcal{D}(t)$ y anómalo $f(t)$. Los parámetros usados en todos los casos son: $\gamma_0 = 0.001$, $\Lambda = 2000$, y $\Omega = 0.1$; y están medidos en unidades de Ω .

similar a éste último, pero logra un valor constante en una escala temporal más corta. En la Fig.2.5 están graficados todos los coeficientes de disipación para poder apreciar sus semejanzas y diferencias de forma más sencilla, de manera similar a lo realizado por Hu, Paz y Zhang en [7] para otras temperaturas diferentes a cero.

El comportamiento del coeficiente $\delta\Omega^2(t)$ no difiere mucho entre los tres entornos, sin embargo, resulta considerablemente mayor en el caso subóhmico (Fig.2.6). La importancia de este coeficiente, radica en que su valor asintótico es aquel que fija el valor de la frecuencia normalizada del sistema en cada caso.

En cuanto a los efectos difusivos inducidos por el entorno, las cantidades relevantes para analizar son los coeficientes $\mathcal{D}(t)$ y $f(t)$ [14]. En la Fig.2.7 se puede observar que todos los coeficientes de difusión normal tienen un abrupto crecimiento inicial en la escala temporal t_Λ , similar al que se reportara en la Ref.[24] para un escenario de Teoría de Campos. Sin embargo, luego del crecimiento inicial, todos ellos alcanzan valores asintóticos distintos. Por ejemplo, para el caso supraóhmico, este valor es cero, mientras que en el caso subóhmico, el valor asintótico es significativamente mayor que cero y se obtiene en una escala temporal mas tardía (la misma en la cual desarrolla un comportamiento muy similar a aquel del coeficiente disipativo [7]). Es evidente que, para tiempos $t > t_\Lambda$, el entorno supraóhmico

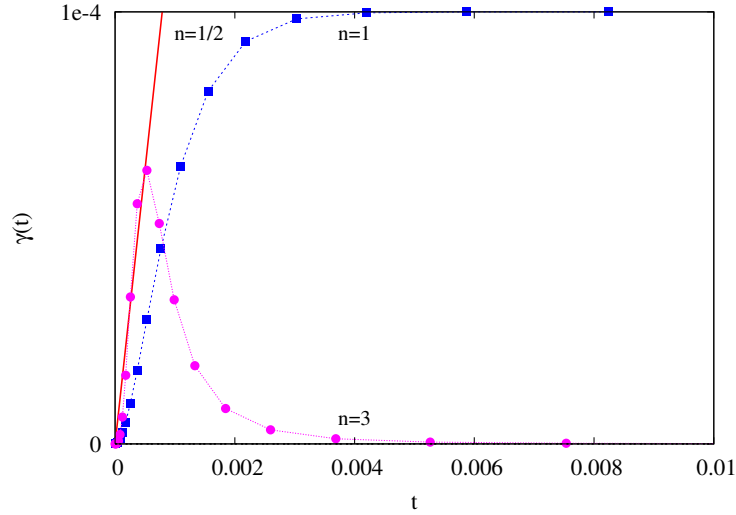


Fig. 2.5: El coeficiente de disipación para el entorno óhmico ($n = 1$), subóhmico ($n = 1/2$) y supraóhmico ($n = 3$). Los parámetros están medidos en unidades de la frecuencia natural del sistema Ω . Consideramos los casos $\gamma_0 = 0.001$, $\Lambda = 2000$, y $\Omega = 0.1$. El caso supraóhmico no resulta disipativo después del crecimiento inicial (cuando se enciende la interacción).

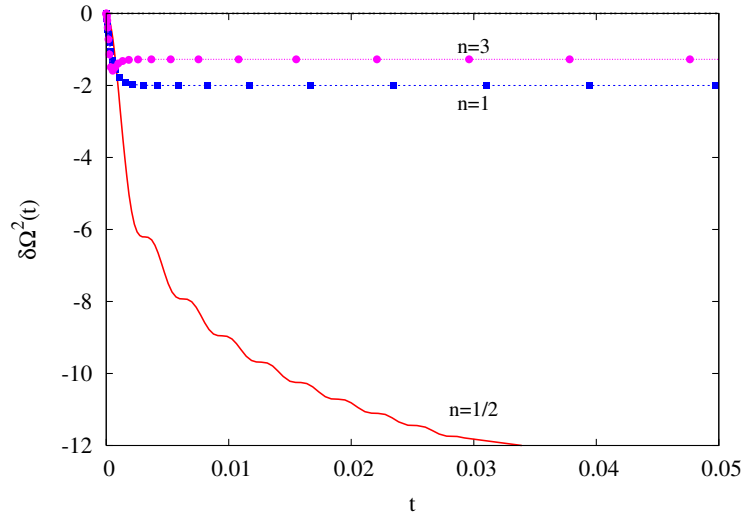


Fig. 2.6: El coeficiente de renormalización de la frecuencia para el entorno óhmico ($n = 1$), subóhmico ($n = 1/2$) y supraóhmico ($n = 3$). Los parámetros están medidos en unidades de la frecuencia natural del sistema Ω . Consideramos los casos $\gamma_0 = 0.001$, $\Lambda = 2000$, y $\Omega = 0.1$.

no resulta difusivo. Este hecho puede ser asociado con la baja intensidad de la densidad espectral supraóhmica en el sector infrarrojo del espectro de frecuencias. Para el caso

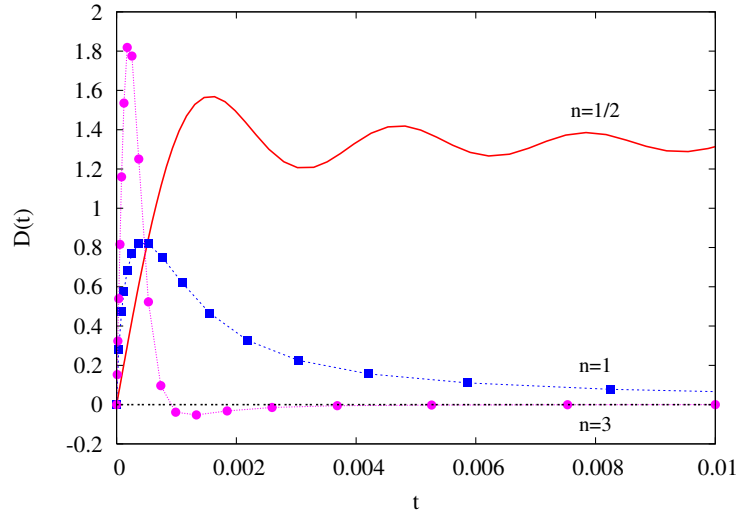


Fig. 2.7: El coeficiente de difusión normal para el entorno óhmico ($n = 1$), subóhmico ($n = 1/2$) y supraóhmico ($n = 3$). Los parámetros están medidos en unidades de la frecuencia natural del sistema Ω . Consideramos los casos $\gamma_0 = 0.001$, $\Lambda = 2000$, y $\Omega = 0.1$. De nuevo vemos que el coeficiente tiende a cero en el entorno supraóhmico.

óhmico, el valor asintótico es $\mathcal{D}_\infty = M\gamma_0\Lambda^2\Omega/(\Omega^2 + \Lambda^2)$ como fue mencionado en la Sección 2.2 y en la Ref.[10]; mientras que, en el caso subóhmico, es $\mathcal{D}_\infty = 2/3M\gamma_0\Lambda$. Ambos casos límites coinciden con el gráfico de la Fig.2.7.

Finalmente, los coeficientes de difusión anómalo $f(t)$ de los tres entornos están graficados en la Fig.2.8. Allí se observa que dicho coeficiente resulta mucho más grande en el caso subóhmico. Este hecho puede resultar importante cuando analicemos el proceso de excitación energética en este tipo de entornos en la Sección 2.4.

2.3.1 Pérdida de coherencia a temperatura cero

En esta sección, extenderemos lo realizado en la Sección 2.2.1 para un entorno óhmico, es decir, analizaremos la pérdida de coherencia de una superposición inicial de dos paquetes gaussianos deslocalizados (separados una distancia $2L_0$ en posición), en el caso que la partícula está acoplada a un entorno no óhmico a temperatura cero. Como dijimos anteriormente, el coeficiente de visibilidad A_{int} resulta un buen indicador de este proceso. Este coeficiente cumple con la ecuación de evolución temporal (2.21), donde $\mathcal{D}(t)$ y $f(t)$ son, en este caso, los coeficientes difusivos no óhmicos correspondientes.

Comenzaremos por el entorno supraóhmico. La dinámica de este tipo de entorno es bastante peculiar, ya que todo lo que ocurre en el sistema browniano se debe al impulso inicial en tiempos del orden $t \leq t_\Lambda$ [7]. El coeficiente de visibilidad A_{int} puede ser estimado

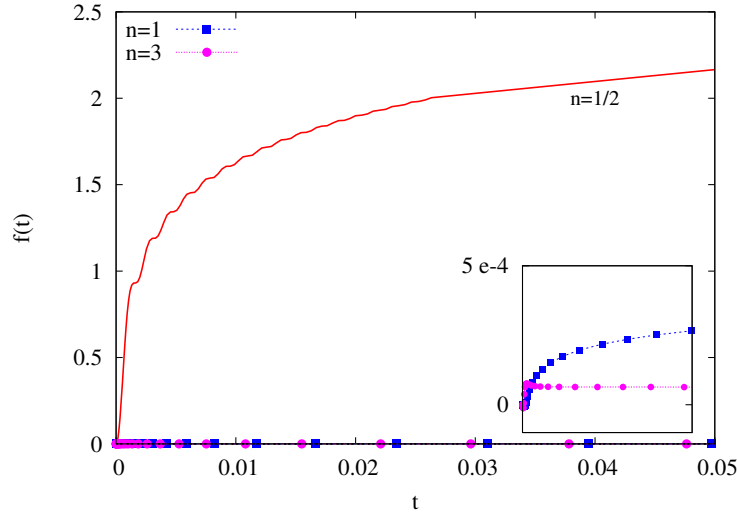


Fig. 2.8: El coeficiente de difusión anómalo para el entorno óhmico ($n = 1$), subóhmico ($n = 1/2$) y supraóhmico ($n = 3$). Los parámetros están medidos en unidades de la frecuencia natural del sistema Ω . Consideramos los casos $\gamma_0 = 0.001$, $\Lambda = 2000$, y $\Omega = 0.1$. El entorno subóhmico tiene un valor asintótico bastante mayor que en los otros dos casos.

analíticamente para distintas situaciones físicas. Por ejemplo, si calculamos los coeficientes de difusión a partir de las Ecs.(2.27) y (2.28) para tiempos cortos $\Omega t \ll 1$ (pero $t > t_\Lambda$) se verifica fácilmente que,

$$D(t)_{n=3} \sim (2M\gamma_0)/(\pi\Lambda^2)\Omega^4 t \quad \text{y} \quad f(t)_{n=3} \sim -(2\gamma_0)/(\pi)\Omega t. \quad (2.30)$$

Reemplazando estos coeficientes en la Ec.(2.21), obtenemos la evolución temporal de A_{int}

$$\dot{A}_{\text{int}} \sim 4\gamma_0\Omega t(1 + 2L_0^2 M\Omega^3/\Lambda^2). \quad (2.31)$$

De esta forma, podemos estimar el factor de visibilidad de las franjas como

$$A_{\text{int}} \sim 2\frac{\gamma_0}{\Omega} \left(1 + 2L_0^2 M\frac{\Omega^3}{\Lambda^2}\right) \Omega^2 t^2, \quad (2.32)$$

el cual es menor que uno, en particular si se verifica que $\Lambda \gg \Omega$. Esto implica que el factor de pérdida de coherencia $\Gamma(t) = \exp(-A_{\text{int}})$ no es una función exponencial decreciente y la pérdida de coherencia no será efectiva en este caso. Por otro lado, si pedimos tanto $\Lambda t \gg 1$ como $\Omega t \geq 1$, ambos coeficientes difusivos se anulan rápidamente, ya que

$$D(t)_{n=3} \sim 2M\gamma_0\Lambda \cos(\Lambda t)/\Lambda t, \quad \text{y} \quad f(t)_{n=3} \sim \gamma_0, \quad (2.33)$$

con $\gamma_0 \ll 1$ porque estamos en el régimen subamortiguado. De esta forma, $\dot{A}_{\text{int}} \rightarrow 0$ y el coeficiente de visibilidad permanece constante en el tiempo. Podríamos estimar su

valor aproximándolo por el valor que alcanza a tiempos largos de forma de asegurar la continuidad de este coeficiente, es decir $A_{\text{int}} \approx 2ML_0^2\gamma_0$. Resulta evidente, entonces, que no hay pérdida de coherencia en este caso, salvo para valores de γ_0 no válidos en este modelo (valores que no cumplen con la condición del régimen subamortiguado). Para soluciones más generales se puede mirar una referencia muy reciente [51]. Por lo dicho anteriormente, el factor de pérdida de coherencia resulta constante ($\Gamma \sim e^{-2ML_0^2\gamma_0}$) para todo tiempo. En el régimen subamortiguado el exponente nunca será de orden uno y Γ no se hará cero. Los efectos de pérdida de coherencia serán únicamente relevantes cuando se trate de trayectorias macroscópicamente distinguibles, es decir $ML_0^2 \geq 1/\gamma_0$. Estos resultados son llamativamente diferentes al caso supraóhmico a temperatura alta, donde la pérdida de coherencia ocurre en una escala temporal corta $t_D^{n=3,HT} \sim (\Lambda M k_B T L_0^2 \gamma_0)^{-1/2}$, de manera muy similar a un entorno óhmico a la misma temperatura (para más detalles del entorno supraóhmico a temperatura alta ver el Apéndice B).

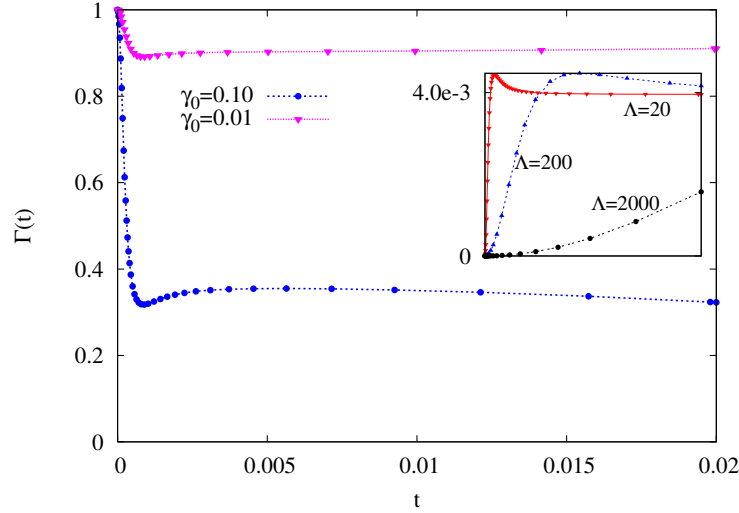


Fig. 2.9: Factor de pérdida de coherencia $\Gamma(t)$ para un entorno supraóhmico ($n = 3$) a temperatura cero. Los parámetros están medidos en unidades de la frecuencia natural del sistema Ω . Consideramos los casos $\Lambda = 2000$ ($\Lambda = 200$ si es indicado en la Figura), $\Omega = 0.1$, $L_0 = 2$ para distintos valores de γ_0 . En el recuadro, mostramos la evolución temporal de la Entropía Lineal $S_L(t)$ para distintos valores de la frecuencia de corte Λ cuando $\gamma_0 = 0.5$. No hay pérdida de coherencia en el régimen subamortiguado para el entorno supraóhmico a temperatura cero.

En la Fig.2.9, mostramos el comportamiento del factor de pérdida de coherencia $\Gamma(t)$ para valores distintos de la constante de acoplamiento en el caso de un entorno supraóhmico a temperatura cero. Como es esperable, a mayor acoplamiento, mayor decaimiento de la

función $\Gamma(t)$. Sin embargo, este factor nunca se hace estrictamente cero. Por ejemplo, para $\gamma_0 = 0.01$, se observa que $\Gamma(t) \approx 0.9$, valor que alcanza durante el transitorio inicial y mantiene después durante su evolución posterior. Este comportamiento se explica considerando que, cuanto mayor es el acoplamiento con el entorno, más grande es la caída inicial que sufre el factor de decoherencia del sistema y, más importante resulta la atenuación inicial de las franjas de interferencia. Sin embargo, nunca llegan a suprimirse completamente como en el caso óhmico que ya estudiamos. Del mismo modo, podemos observar en el recuadro superior, que la Entropía Lineal nunca llega a saturar (ni se aproxima al valor máximo posible para un estado mixto) como en el caso óhmico.

El carácter no disipativo del entorno supraóhmico se debe a una combinación de dos factores; por un lado, de la forma de la densidad espectral en el sector infrarrojo, y por el otro, de la dependencia con Λ , ya que es más sensible al sector ultravioleta del mismo. El entorno supraóhmico puede ser visto como un modelo de juguete de un escenario típico de la Teoría Cuántica de Campos (TCC). En la Ref.[24], se demostró las condiciones que debían cumplirse para que, efectivamente, hubiera pérdida de coherencia a $T = 0$ en el caso de un campo con interacciones no lineales. El caso supraóhmico es débilmente difusivo ya que su coeficiente homónimo tiende a cero después del transitorio inicial. En este caso, la pérdida de coherencia depende fuertemente del valor de la constante de acoplamiento con el entorno. En TCC, los efectos difusivos se deben a la creación de partículas en el entorno, debido a la interacción con el sistema. Cuando hay una frecuencia de corte en el entorno, sólo los modos del sistema que tienen una frecuencia parecida o del orden de ésta, tienen posibilidades de crear partículas y por lo tanto, perder coherencia. Esta es la razón por la cual, en TCC, el coeficiente de difusión es no nulo sólo para algunos valores particulares de los parámetros. Este resultado es bastante similar a los resultados que hemos obtenido a lo largo de esta sección para un entorno supraóhmico. En el modelo que estamos estudiando aquí, la relación entre los parámetros Ω , Λ y γ_0 es crucial para obtener efectos difusivos en el sistema. En particular, si el entorno está a temperatura cero, y además $\Omega \ll \Lambda$, el sistema es incapaz de excitarlo para “crear partículas” [24].

Como conclusión, podemos decir que mientras el entorno supraóhmico a temperatura alta resulta muy efectivo induciendo pérdida de coherencia en el sistema bajo ciertas condiciones [7, 10], a temperatura cero ésto no es así, ya que, para que realmente haya efectos difusivos en el sistema, se debe cumplir una condición muy fuerte sobre γ_0 [11]. Finalmente, en la Fig.2.10, mostramos los coeficientes de pérdida de coherencia para un entorno óhmico y otro supraóhmico, tanto en el caso que éstos se hallen a temperatura alta como cero. La pérdida de coherencia resulta tan rápida en el caso supraóhmico a temperatura

alta como en el óhmico a la misma temperatura. Sin embargo, cuando el entorno está a temperatura cero, no hay pérdida de coherencia en el caso supraóhmico. El entorno óhmico a temperatura cero logra finalmente suprimir las franjas de interferencia en una escala temporal más larga, como se puede corroborar en el recuadro de la Fig.2.10.

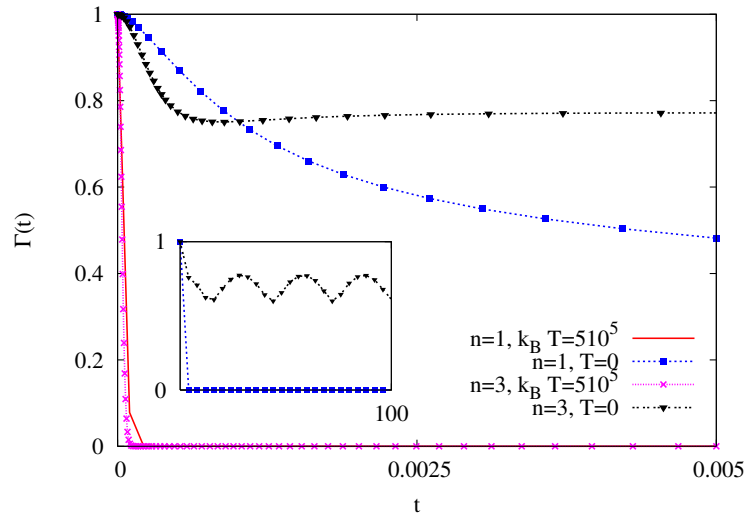


Fig. 2.10: Comparación entre las tasas de pérdida de coherencia para el entorno óhmico y supraóhmico en los casos de temperatura alta y cero. La pérdida de coherencia ocurre en el entorno supraóhmico tan rápido como en el caso óhmico en el límite de temperatura alta ($\hbar\Lambda \ll k_B T$); mientras que para esa escala temporal, aún no hay evidencia de este proceso cuando la temperatura del entorno es cero. En el recuadro, mostramos el comportamiento del coeficiente $\Gamma(t)$ para una escala temporal más larga. En el caso supraóhmico no hay pérdida de coherencia mientras que en el óhmico el entorno finalmente logra destruir las franjas de interferencia del sistema de prueba. Los parámetros usados: $\Lambda = 2000$, $\gamma_0 = 0.1$, $L_0 = 1$ y están medidos en unidades de Ω .

En cuanto al caso de un entorno subóhmico, podríamos repetir el mismo procedimiento que realizamos para los otros dos casos, y calcular el coeficiente de visibilidad A_{int} . Por un lado, si se verifica que $\Lambda t \gg 1$ y $\Omega \geq 1$, de la Ec.(2.21) se obtiene la siguiente ecuación para la variación temporal de A_{int} :

$$\dot{A}_{\text{int}} \sim \gamma_0 \Lambda \left(2ML_0^2 + \frac{\Gamma_{\text{Euler}}}{\Omega} + \frac{\log(2\Lambda t)}{\Omega} \right). \quad (2.34)$$

Integrando esta ecuación, podemos estimar el valor del coeficiente de visibilidad A_{int} como $A_{\text{int}} \sim \gamma_0 \Lambda t / \Omega \log(2\Lambda t)$. A partir de esta expresión, es fácil obtener una cota para el tiempo de pérdida de coherencia $t_D \leq \Omega / (\gamma_0 \Lambda)$. Del mismo modo, si se cumple $\Omega t \ll 1$,

obtenemos la misma escala temporal, ya que los coeficientes que hemos podido estimar en el caso subóhmico, dependen débilmente del cociente Ω/Λ . Es importante remarcar que, para poder despreciar el transitorio inicial, uno debe verificar que se cumpla la relación $\Omega/\gamma_0 > 1$.

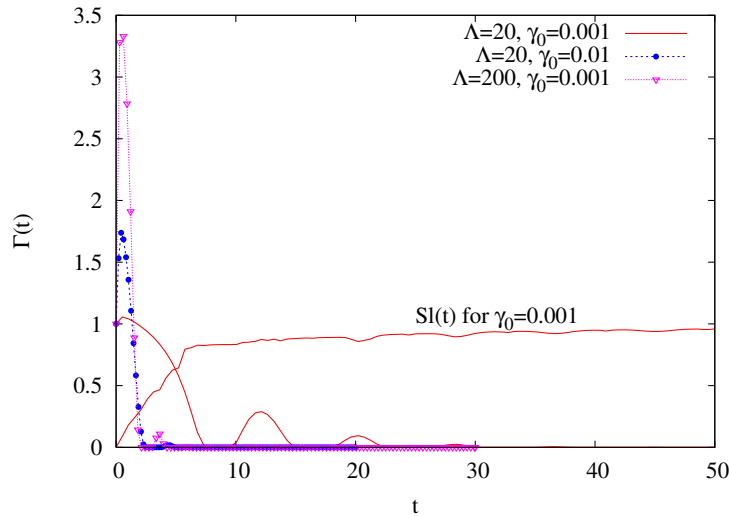


Fig. 2.11: Coeficiente $\Gamma(t)$ para el caso de una partícula de prueba acoplada a un entorno subóhmico ($n = 1/2$) a temperatura cero. Los parámetros están medidos en unidades de la frecuencia natural Ω . Consideramos los casos $\Omega = 0.1$, $L_0 = 2$ para distintos valores de γ_0 y de la frecuencia de corte Λ . Además se muestra la evolución temporal de la Entropía Lineal $Sl(t)$ para un caso.

Podemos verificar nuestras estimaciones numéricas con la ayuda de la Fig.2.11, donde presentamos la evolución del coeficiente $\Gamma(t)$ para un sistema Browniano acoplado a un entorno subóhmico a temperatura cero. Este coeficiente tiene un rasgo peculiar en este caso, ya que inicialmente crece (a diferencia de los otros casos), pero luego, inmediatamente comienza a decrecer hasta que se hace cero [7]. Podemos notar en dicha figura, que su dependencia con la frecuencia de corte y la constante de acoplamiento es similar a la observada en los otros dos entornos (cuanto más grandes Λ y γ_0 , más rápido $\Gamma(t)$ tiende a cero). En la figura, además, presentamos una curva para la evolución de la Entropía Lineal, donde se observa claramente que esta cantidad alcanza su valor de saturación. Este hecho coincide, prácticamente, con el tiempo en el cual la curva de $\Gamma(t)$ correspondiente, disminuye considerablemente, para luego hacerse cero.

Finalmente, en la Fig.2.12, mostramos una comparación entre los coeficientes $\Gamma(t)$ para un entorno óhmico y uno subóhmico, en el caso de temperatura alta y cero. Allí, se puede observar que el entorno subóhmico es muy efectivo induciendo pérdida de coherencia en el

sistema, tanto a temperatura alta como en el caso que su temperatura sea cero.

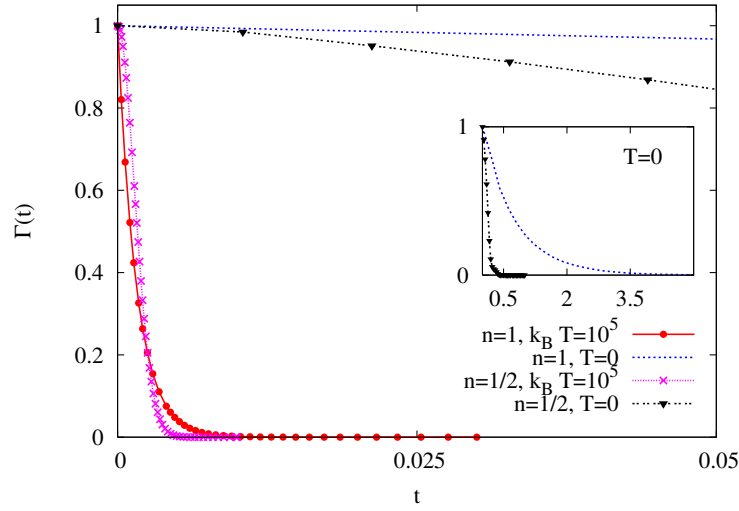


Fig. 2.12: Comparación de los coeficientes de pérdida de coherencia entre un entorno óhmico y uno subóhmico, tanto a temperatura alta como cero. La pérdida de coherencia es tan rápida en el entorno subóhmico como en el óhmico a temperatura alta. En el recuadro, mostramos el comportamiento de los coeficientes para ambos entornos a temperatura cero en una escala temporal donde es posible observar que se anulan. Los parámetros usados: $\Lambda = 200$, $\gamma_0 = 0.01$, $L_0 = 0.1$ y están medidos en unidades de Ω .

2.4 Excitación energética debido a los efectos de ruido del entorno

El oscilador armónico aislado, en su estado fundamental, obedece dos principios muy importantes: por un lado, el de mínima incerteza y, por el otro, el de equipartición de la energía. Cuando estudiamos la dinámica de sistemas cuánticos abiertos, los efectos del entorno sobre el sistema se manifiestan, justamente, a través de la violación de dichos principios. Como la energía del sistema es un observable, ésta cantidad ejemplifica la diferencia entre estados separables y estados entrelazados.

En esta sección, estudiaremos la existencia del fenómeno de “excitación energética” inducido por el ruido, como otra manifestación de los efectos difusivos inducidos en el sistema debido a la interacción con una baño térmico. Mostraremos que es un fenómeno posterior a la pérdida de coherencia en el sistema y, que aparece aún cuando el entorno está a temperatura cero. En el caso de un entorno a temperatura alta, este fenómeno está

asociado a la “activación térmica”, pero aquí hemos decidido llamarlo de otra forma, para hacer evidente que se induce en el sistema debido al ruido o fluctuaciones en el entorno y no depende, exclusivamente, de la temperatura del mismo.

El fenómeno de “activación térmica” es un fenómeno conocido y ampliamente estudiado. Sin embargo, no ha sido estudiado en el caso de entornos no óhmicos, ni tampoco se ha relacionado la escala en la cual el fenómeno se lleva a cabo t_{act} con la escala de pérdida de coherencia t_D . Por lo tanto, en esta sección, analizaremos los dos regímenes térmicos que resultan interesantes: el límite de temperatura alta y el caso de temperatura estrictamente cero. En cada uno de ellos, estudiaremos si el sistema, una vez que perdió sus franjas de interferencias y se volvió “clásico”, puede aumentar su energía media a costa de la interacción con el baño de osciladores armónicos.

Para todos los casos, evaluaremos numéricamente la cantidad

$$\langle E(t) \rangle = \frac{1}{2M} \langle p^2 \rangle(t) + \frac{M\tilde{\Omega}^2(t)}{2} \langle x^2 \rangle(t),$$

donde $\langle x^2 \rangle = \text{Tr}[\rho_r(t)x^2]$ y $\langle p^2 \rangle = \text{Tr}[\rho_r(t)p^2]$ se calculan usando la solución $\rho_r(x, x', t)$ (que representa una superposición lineal de dos paquetes gaussianos localizados inicialmente en $x_0 = \pm L_0$) de la ecuación maestra Ec.(2.3) (ver Apéndice A).

2.4.1 Límite de temperatura alta

Empezaremos estudiando el proceso de “activación energética” en entornos generales, ya sean óhmicos o no óhmicos, en el caso del límite de temperatura alta ($\hbar\Lambda \ll k_B T$). Para cada caso, daremos argumentos analíticos y mostraremos evidencia numérica de la existencia de este fenómeno. Será evidente, además, que en todos los sistemas donde es observable este fenómeno, las interferencias fueron efectivamente suprimidas en una escala temporal anterior.

Entornos óhmicos

La tasa de activación para un sistema clásico puede ser deducida a partir de la ecuación de Fokker-Planck para la función de Wigner,

$$\dot{W} = \{H_{\text{sys}}, W\}_{\text{PB}} + 2\gamma_0 \partial_p(pW) + \mathcal{D} \partial_{pp}^2 W, \quad (2.35)$$

la cual es el análogo clásico de la ecuación maestra cuántica. La evolución clásica media para cualquier observable físico $A(x, p)$, en este régimen, se calcula según

$$\partial_t \langle A \rangle = -\langle \{H_{\text{sys}}, A\}_{\text{PB}} \rangle + \mathcal{D} \langle \partial_p^2 A \rangle - 2\gamma_0 \langle p \partial_p A \rangle. \quad (2.36)$$

Si consideramos que $A(x, p)$ puede ser, por ejemplo, el Hamiltoniano de la partícula de prueba, obtenemos $\partial_t \langle H \rangle = 2\gamma_0(k_B T - \langle p^2 \rangle)$ (con $\mathcal{D} = 2M\gamma_0 k_B T$ en este caso). Esta expresión puede ser simplificada aún un poco más, asumiendo que la temperatura $k_B T$ es mucho más importante que las escalas relevantes de la energía, es decir $k_B T \gg \langle p^2 \rangle$, al menos durante los primeros tiempos de la evolución. Como resultado, obtenemos la dependencia temporal de la energía media del sistema según,

$$\partial_t \langle H \rangle = 2\gamma_0 k_B T \rightarrow E = 2\gamma_0 k_B T t + E_0, \quad (2.37)$$

donde E_0 es la energía inicial del mismo. De esta forma, podemos estimar el tiempo de activación t_{act} , para este caso sencillo, como

$$t_{\text{act}} = \frac{E - E_0}{2\gamma_0 k_B T}. \quad (2.38)$$

En la Fig.2.13 graficamos la evolución temporal de la energía media del sistema (partícula Browniana) para un entorno óhmico. En dicha figura, se observa que el comportamiento es proporcional a la temperatura del baño como indica la Ec.(2.37). Inicialmente, el sistema sufre un impulso inicial (al igual que habíamos notado en las Secciones 2.2.1 y 2.3.1 para el factor pérdida de coherencia) debido a que la interacción con el entorno a tiempo cero es nula. El crecimiento inicial es apenas un transitorio de escala temporal corta ($\sim 1/\Lambda$). La energía crece proporcionalmente a γ_0 y $k_B T$ y no depende de la frecuencia de corte Λ . Es importante recordar que nosotros estamos estudiando la evolución dinámica del sistema para tiempos comprendidos entre $1/\Lambda \ll t \ll t_{\text{sat}} \sim 1/\gamma_0$. Como ya se mencionó, la escala temporal de pérdida de coherencia en este caso es $t_D \sim 1/(2M\gamma_0 k_B T L_0^2)$ [7], la cual resulta una escala muy chica para los tiempos de la figura 2.13(a). En el recuadro, podemos observar el tiempo en el cual la Entropía Lineal del sistema alcanza su valor máximo. Para este tiempo, las interferencias ya han sido suprimidas. Además, allí mismo se indica la energía media del sistema aislado, la cual siempre es menor que en el resto de los casos donde el sistema es abierto. En la Fig.2.13(b) resulta evidente la dependencia de la energía media del sistema con la constante de acoplamiento γ_0 para una temperatura y frecuencia de corte fijas. La evolución a tiempos largos se encuentra en [14, 15], donde se puede observar que el sistema alcanza un estado de equilibrio (el costo numérico para ir a tiempos $t \sim 1/\gamma_0$ es muy grande).

Entornos no óhmicos

El análisis previo, correspondiente a entornos óhmicos, también puede ser realizado para aquellos entornos que no lo son. Sin embargo, las expresiones analíticas no son tan sencillas

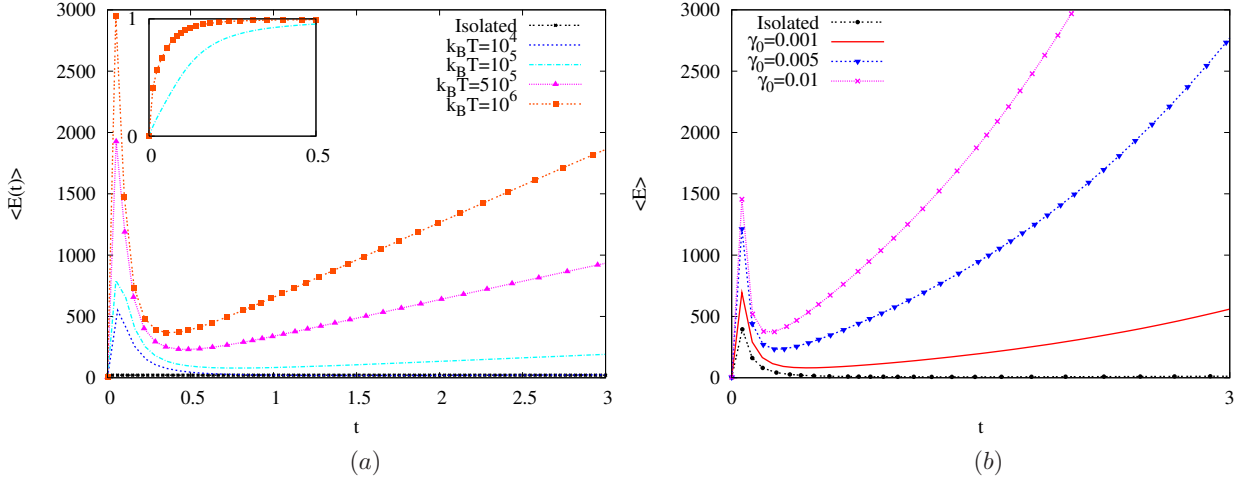


Fig. 2.13: (a) Evolución temporal de la energía media del sistema acoplado a un entorno óhmico ($n = 1$) en el límite de temperatura alta. Consideramos los casos $\gamma_0 = 0.001$, $\Lambda = 2000$, $\Omega = 0.1$, $L_0 = 2$ para distintas temperaturas del entorno. En el recuadro, mostramos la evolución temporal de la Entropía Lineal $Sl(t)$ para dos casos distintos: $k_B T = 10^5$ y $k_B T = 10^6$ (los mismos colores que en el gráfico principal). (b) Evolución temporal de la energía media del sistema acoplado a un entorno óhmico ($n = 1$) en el límite de alta temperatura. Consideramos los casos $k_B T = 10^5$, $\Lambda = 2000$, $\Omega = 0.1$, $L_0 = 2$ para distintos valores de la constante de acoplamiento γ_0 y la frecuencia de corte Λ . El sistema se “activa” antes cuanto más grande es el valor de γ_0 . Los parámetros son medidos en unidades de la frecuencia natural del sistema Ω en todos los casos.

ya que, en los entornos más generales, no se cumple que $\mathcal{D}(t)$ sea constante ni que $f(t)$ sea despreciable. Por lo tanto, nos restringiremos a un análisis numérico, únicamente basado en los estudios del proceso de pérdida de coherencia que existen en la Literatura (en el caso de temperatura alta) [6, 7] y las estimaciones analíticas que nosotros hemos realizado y se presentan en el Apéndice B de esta Tesis.

Comenzaremos por el entorno supraóhmico. En las Fig.2.14(a) and Fig.2.14(b), presentamos la evolución temporal para la energía media del sistema para diferentes valores de la constante de acoplamiento y la temperatura del entorno, respectivamente. En ambas figuras podemos ver que el sistema aumenta más su energía media a medida que γ_0 es más grande y el entorno más caliente.

La “intensidad” de un entorno está dada por la relación entre los tres parámetros del mismo: γ_0 , $k_B T$ y Λ . Para un entorno supraóhmico “fuerte” ($2Mk_B T L_0^2 \gamma_0 \gg \Lambda$), la pérdida de coherencia sucede en escalas temporales $t_D \sim (\Lambda M \gamma_0 k_B T L_0^2)^{-1/2}$ (como se muestra en el Apéndice B). En esos casos, se puede observar que la energía media del sistema crece

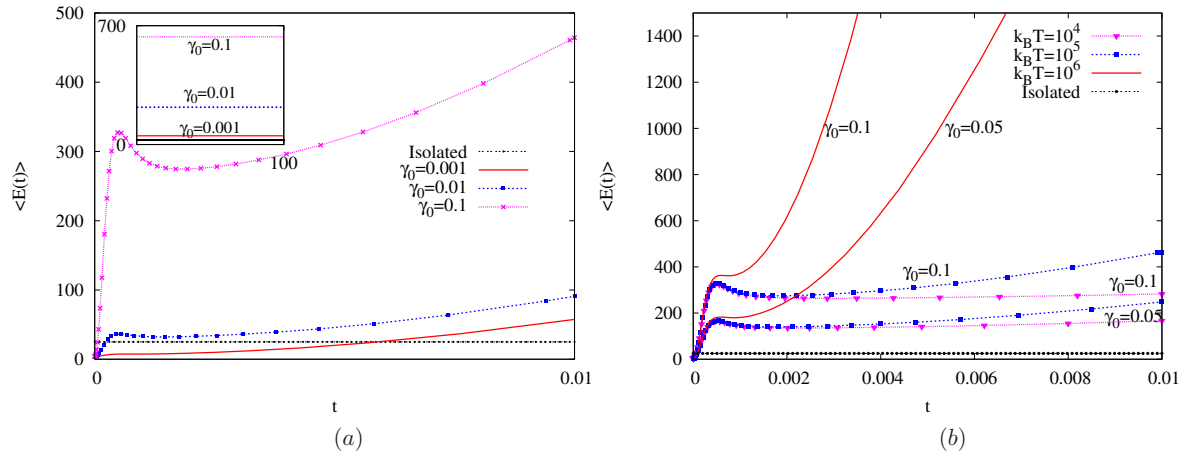


Fig. 2.14: (a) Evolución temporal de la energía media del sistema acoplado a un entorno supraóhmico ($n = 3$) en el límite de temperatura alta. Consideramos los casos $k_B T = 10^5$, $\Lambda = 2000$, $\Omega = 0.1$, $L_0 = 2$ para diferentes valores de γ_0 . En el recuadro, graficamos la energía media para tiempos más largos. (b) Evolución temporal de la energía media del sistema acoplado a un entorno supraóhmico ($n = 3$) en el límite de temperatura alta. Consideramos los casos $\gamma_0 = 0.001$, $\Lambda = 2000$, $L_0 = 2$ para distintas temperaturas del entorno y valores de γ_0 .

considerablemente. Para entornos supraóhmicos “débiles”, es decir $M k_B T L_0^2 \gamma_0 < \Lambda$, como por ejemplo, $\gamma_0 = 0.001$ en la Fig.2.14(a), la energía media del sistema no presenta un crecimiento considerable. Esto se debe a que las interferencias del sistema no han sido efectivamente suprimidas (Fig.2.1 del Apéndice B), ya que los efectos difusivos inducidos en el sistema no resultan importantes. Por esa misma razón, el intercambio de energía entre el sistema y el entorno no está completamente destinado a la excitación energética del sistema (el entorno aún intenta suprimir las franjas de interferencia del sistema). Este caso difiere cualitativamente del caso óhmico. En particular, alcanza un régimen asintótico que, el último, sólo logra a escalas del tiempo de saturación del entorno. En el recuadro superior de la Fig.2.14(a), mostramos la evolución de la energía media del sistema a tiempos más largos, donde se puede observar claramente que el sistema entra en un régimen asintótico y su energía media se mantiene constante.

Finalmente, la activación térmica o energética es muy clara en el entorno subóhmico. En la Fig.2.15 graficamos la energía media del sistema para diferentes valores de la constante de acoplamiento ($\gamma_0 = 0.001$ y $\gamma_0 = 0.005$), diferentes temperaturas ($k_B T = 10^5$ y $k_B T = 10^4$) y diferentes frecuencias de corte en el límite de temperatura alta. En este caso, es fácil ver que la energía crece más rápido a medida que γ_0 , Λ y $k_B T$ aumentan. Si recordamos el

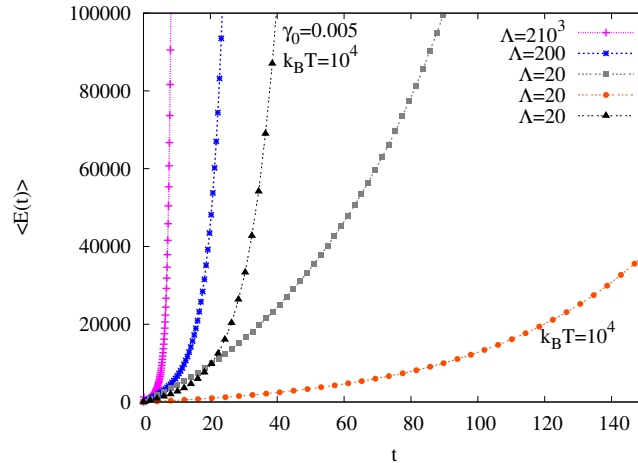


Fig. 2.15: Evolución temporal de la energía media del sistema acoplado a un entorno subóhmico ($n = 1/2$) en el límite de temperatura alta. Consideramos los casos $\Omega = 0.1$, $L_0 = 2$, $\gamma_0 = 0.001$ (y $\gamma_0 = 0.005$ cuando es indicado) and $k_B T = 10^5$ ($k_B T = 10^4$ cuando es indicado) para distintos valores de la frecuencia de corte Λ . Los parámetros están medidos en unidades de la frecuencia natural del sistema Ω en todos los casos..

comportamiento del factor de pérdida de coherencia $\Gamma(t)$ (Fig.2.2 del Apéndice B), podemos verificar, nuevamente, que la activación energética se lleva a cabo a tiempos posteriores al tiempo de pérdida de coherencia $t_D \sim (M\gamma_0 L_0^2 k_B T)^{-1}$.

2.4.2 Temperatura cero

Como ya hemos mencionado, aún hoy en día, en algunas ramas de la física, existe la idea errónea de que la pérdida de coherencia tiende a cero como función de la temperatura, y por lo tanto, no existe tal fenómeno en el caso de un entorno a temperatura estrictamente cero. Si esto fuera cierto, la física debería ser cualitativamente diferente en el caso de ausencia de temperatura en el entorno. Muchas preguntas surgirían en ese caso. ¿Qué esperamos encontrar si un sistema cuántico está acoplado a un entorno con temperatura cero? ¿Es posible que un sistema se “active”, como en el caso de temperatura alta, si el entorno carece de temperatura? ¿Cómo se justificaría semejante fenómeno?

En la Sección 2.2, ya hemos demostrado que efectivamente hay pérdida de coherencia aún en el caso en que la temperatura del entorno es estrictamente cero. Incluso, hemos estimado las escalas temporales a las cuales ocurre dicho proceso y hemos mostrado dicho efecto también en forma numérica. Nuestra próxima afirmación es que, efectivamente, también hay activación energética en este caso. El sistema se “activa” energéticamente, ya no inducido por la temperatura del entorno sino por sus fluctuaciones cuánticas. Más

aún, mostraremos que existe una relación muy estrecha entre la pérdida de coherencia y la activación de la energía, ambos procesos inducidos por la interacción entre el sistema y el entorno. Los sistemas que sufren una mayor o total pérdida de coherencia, son aquellos cuya energía tiene un crecimiento más evidente.

Cuando se intenta interpretar el comportamiento posterior a la pérdida de coherencia del sistema, varios factores de la dinámica deben ser tenidos en cuenta. En primer lugar, hay que destacar que el estado fundamental del sistema no corresponde al estado fundamental del sistema total formado por la partícula y su entorno. Tan pronto como la interacción entre el sistema y el entorno se enciende a tiempo $t = 0$, el sistema se encontrará en un estado excitado del mismo. El entorno tendrá, entonces, una cantidad no nula de energía en relación al nuevo estado inicial. Desde el punto de vista netamente clásico, esta energía no puede ser responsable de la excitación de la partícula de prueba a niveles energéticos más altos. Este argumento puede ser explicado de forma más cuantitativa de la siguiente forma. El potencial total, es decir de la partícula más el entorno, es

$$V(x, q_n) = V_{\text{sys}}(x) + V_{\text{env}}(q_n) + V_{\text{int}}(x, q_n), \quad (2.39)$$

con $V_{\text{sys}}(x) = -\frac{1}{2}\Omega^2 x^2$, $V_{\text{env}}(q_n) = \sum_n \frac{1}{2}\omega_n^2 m_n^2 q_n^2$ y $V_{\text{int}}(x, q_n) = \sum_n C_n x q_n$. Clásicamente, la condición inicial es $x = 0$, y, como además el entorno está a temperatura $T = 0$, resulta $q_n = 0$. Luego, para la acción total, los términos de energía de la condición inicial son: $V_{\text{sys}} = 0$ (valor mínimo de V_{sys}), $V_{\text{env}} = 0$, y $V_{\text{int}} = 0$. Por lo tanto, la condición inicial de la energía potencial del sistema total es $V = 0$. Resulta importante que, desde el punto de vista clásico, la energía total del sistema total es igual al valor de la energía del sistema aislado, aún cuando la interacción se “enciende” a $t = 0$. Esta es una consecuencia importante de que la temperatura del entorno es cero.

Las fluctuaciones cuánticas del entorno, presentes en el estado inicial del mismo, claramente deben jugar algún papel relevante en la activación. Estas fluctuaciones ya no son fluctuaciones de vacío del sistema total. Igualmente, resulta sorprendente que tengan tanta injerencia en la evolución del sistema. La naturaleza puramente cuántica del entorno, la cual puede ser correctamente despreciada en el caso de temperatura alta, da lugar a efectos importantes en el caso del entorno a temperatura cero.

En términos de la ecuación maestra, las fluctuaciones cuánticas del entorno generan términos difusivos no nulos, tanto normales $\mathcal{D}(t)$ como anómalos $f(t)$. Esto es particularmente cierto, en el caso del coeficiente $f(t)$. En el caso óhmico, hemos demostrado en la Sección 2.2 que dicho coeficiente depende logarítmicamente de la frecuencia de corte Λ , con lo cual puede ser de gran magnitud [10]. Los efectos difusivos, inducidos por las fluctuaciones cuánticas del entorno, son la mayor diferencia con el caso de alta temperatura, y

resultan responsables, a $T = 0$ de la excitación energética de la partícula. A pesar que este proceso es muy diferente a la “activación térmica”, creemos que aún así puede ser interpretado en función de un escenario clásico modificado. La mayor dificultad para encontrarlo, es lograr que un baño térmico clásico simule las propiedades cuánticas de un entorno a $T = 0$. Considerando las versiones cuánticas y clásicas del núcleo de ruido $\nu(s)$, es posible mostrar que un conjunto de osciladores clásicos con una temperatura dependiente de la frecuencia, es decir $T(\omega) = \hbar\omega/2$, reproduce los efectos del estado inicial cuántico. En particular, para esta elección de baño clásico, se obtienen los mismos términos difusivos $\mathcal{D}(t)$ y $f(t)$ que en el caso de $T = 0$. Es decir, una vez que se lleva a cabo el proceso de pérdida de coherencia en el sistema, un entorno puramente cuántico a $T = 0$ debería influenciar a la partícula (ahora clásica) de la misma forma que un baño clásico cuyos osciladores están excitados de forma particular (tal que simulan las fluctuaciones del correspondiente entorno cuántico).

En lo que sigue, mostraremos ejemplos del fenómeno de activación energética en diferentes entornos a temperatura estrictamente cero.

Entornos óhmicos

En la Fig.2.16 mostramos la evolución temporal de la energía media del sistema para distintos valores de Λ y γ_0 en el caso que la partícula está acoplada a un entorno óhmico.

Allí se observa que, cuanto más grande es el valor de γ_0 , más rápido se inicia el proceso de activación de la energía. Inicialmente, la energía media del sistema es menor que la energía media del sistema aislado. Sin embargo, a un tiempo $t \geq t_{\mathcal{D}}$, la energía media del sistema comienza a crecer considerablemente debido a la interacción con el entorno. El sistema gana energía a expensas del entorno, el cual le sirve como fuente de energía. En la Fig.2.16(b), graficamos la evolución temporal de la energía media del sistema para distintos valores de la separación inicial de los paquetes gaussianos (L_0). Como era de esperar, la energía no depende considerablemente de este parámetro: cuanto más alejados están los paquetes de ondas (L_0 más grande), la pérdida de coherencia se hace efectiva antes, y, por lo tanto, la activación comienza más temprano (el tiempo $t_{\mathcal{D}}$ es proporcional a L_0^{-2}). En el recuadro de la Fig.2.16(b), podemos observar el comportamiento del factor de pérdida de coherencia, el cual da una medida de la escala temporal en la cual las interferencias del sistema son efectivamente suprimidas. Notablemente, esta escala coincide con el comienzo del proceso de activación de la energía.

En la Fig.2.17(a), presentamos la evolución temporal de la energía media de un sistema cerrado y uno abierto, junto con la dispersión media de la energía de un sistema abierto

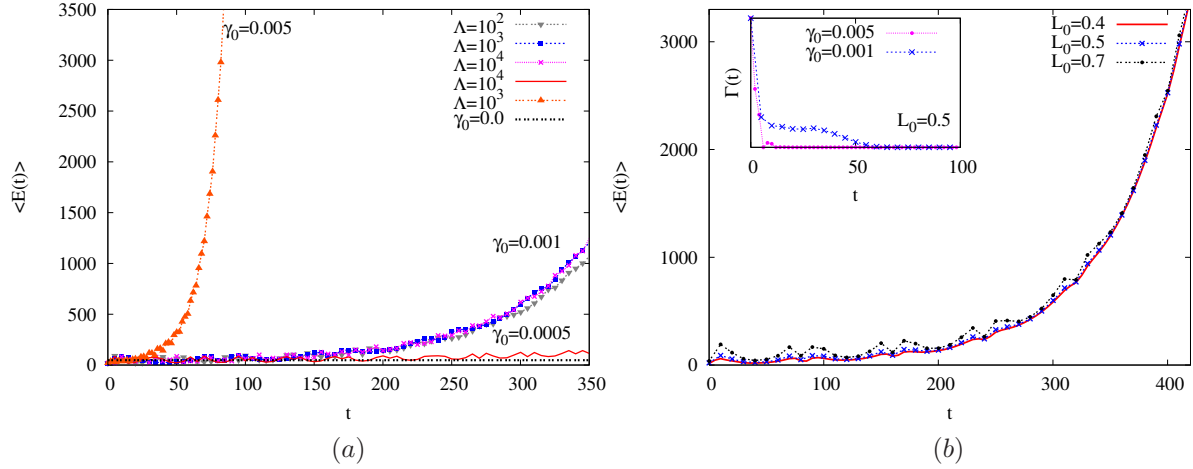


Fig. 2.16: (a) Evolución temporal de la energía media para un sistema cuántico acoplado a un entorno óhmico a temperatura cero. Se ve claramente la dependencia de la energía con la constante de acoplamiento γ_0 pero no con la frecuencia de corte Λ . (b) Evolución temporal de la energía media para un sistema cuántico acoplado a un entorno óhmico a temperatura cero. Consideramos los casos $\gamma_0 = 0.001$, $\Omega = 15$, $\Lambda = 1000$ para distintos valores de L_0 . En el recuadro superior, mostramos la evolución temporal del factor de pérdida de coherencia $\Gamma(t)$ para distintos valores de γ_0 . La excitación energética empieza una vez que la pérdida de coherencia se hizo efectiva. Los parámetros están medidos en unidades de la frecuencia natural Ω y fueron elegidos en base a una conveniencia numérica.

cuando la temperatura del entorno es cero. Por supuesto, la energía media del sistema cerrado permanece constante. En el caso de un sistema abierto, observamos que, inicialmente, la energía media es menor que la correspondiente al caso cerrado, pero inmediatamente después, comienza a crecer. La dispersión media de la energía muestra que las fluctuaciones resultan ser una función uniformemente creciente del tiempo. Esto es un indicador de que las mismas son muy importantes y responsables del aumento de la energía media del sistema. Finalmente, en la Fig.2.17(b), mostramos el comportamiento de la energía media del sistema a tiempos largos del orden del tiempo de saturación $t_{\text{sat}} \sim 1/\gamma_0$. Para ello, resolvimos numéricamente la ecuación maestra para tiempos de este orden. Como nosotros trabajamos en el régimen subamortiguado, estas corridas de tiempos muy largos resultan numéricamente muy costosas y pueden acarrar errores numéricos importantes en algunos casos. Sin embargo, presentamos aquí dicho comportamiento para un conjunto apropiado de los parámetros físicos del modelo.

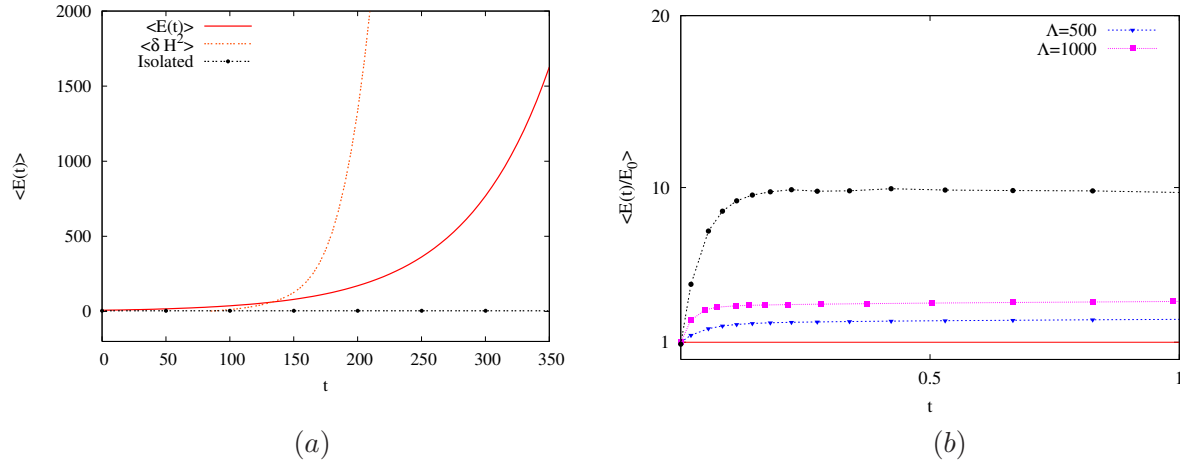


Fig. 2.17: (a) Evolución temporal de la energía media del sistema y de la dispersión media de la energía para un entorno óhmico a temperatura cero. Además, presentamos la evolución temporal de la energía media del sistema aislado. Los parámetros usados son: $\Lambda = 10^3$, $\Omega = 15$, $L_0 = 0.5$ y $\gamma_0 = 0.001$. Las fluctuaciones de la energía resultan fundamentales en el proceso de activación de la energía. Los parámetros están medidos en unidades de la frecuencia natural del sistema Ω . (b) Comportamiento de la energía media del sistema a tiempos largos para el caso de un entorno óhmico a temperatura cero. En todos los casos, la energía media del sistema es mayor que la energía media del sistema aislado (línea sólida). Los parámetros están medidos en unidades de γ_0 para poder incluir varias corridas en el mismo gráfico. Consideramos los casos: $\Omega = 1$ y $\gamma_0 = 0.1$ y para distintos valores de L_0 : $L_0 = 0$, que representa una única gaussiana (cuadrados y triángulos) y $L_0 = 0.5$ (círculos). E_0 es la energía del sistema aislado. Los parámetros fueron deliberadamente seleccionados en función del costo numérico de las corridas a escalas temporales muy grandes.

Entornos no óhmicos

Extenderemos el análisis anterior al caso más general de entornos no óhmicos. Empezaremos con el supraóhmico, cuya evolución temporal de la energía media se observa en la Fig.2.18(a).

En dicha figura, podemos observar que la energía media presenta un crecimiento importante a tiempos muy cortos, y, luego, se mantiene constante como indica el recuadro inferior derecho. En la Sección 2.3.1 hemos mencionado que, este tipo de entorno, no resulta muy efectivo induciendo efectos difusivos en el sistema y, por lo mismo, ahora notamos que no hay activación energética. Es decir, sin pérdida de coherencia no hay excitación de la energía. En la Fig.2.18(a), podemos observar un valor de γ_0 para el cual la activación es evidente. Sin embargo, y como ya mencionamos, este valor de la constante de acoplamiento

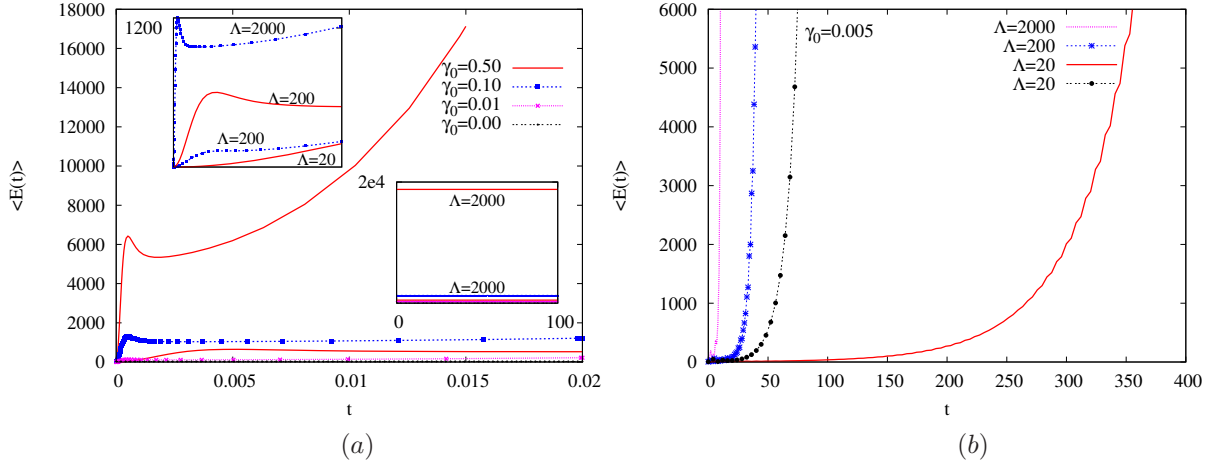


Fig. 2.18: (a) Evolución temporal de la energía media para un sistema cuántico acoplado a un entorno supraóhmico a temperatura cero. Los parámetros usados son: $\Lambda = 2000$, $\Omega = 0.1$, $L_0 = 2$ para diferentes valores de la frecuencia de corte Λ y la constante de acoplamiento γ_0 . En el recuadro superior, mostramos la energía media en una escala temporal más corta para ver claramente la dependencia con Λ . En el recuadro inferior, se muestra la energía media para tiempos muy largos de la evolución para algunos valores del gráfico principal. (b) Evolución temporal de la energía media para un sistema cuántico acoplado a un entorno subóhmico a temperatura cero. Los parámetros usados son: $\Omega = 0.1$, $L_0 = 2$, $\gamma_0 = 0.001$ para diferentes valores Λ . Además graficamos el caso $\gamma_0 = 0.005$ y $\Lambda = 20$ para comparar. Los parámetros están medidos en unidades de la frecuencia natural del sistema Ω en todos los casos.

($\gamma_0 = 0.5$) no resulta un valor apropiado en el caso del régimen subamortiguado. Todos los otros valores de γ_0 de esa figura corresponden a entornos “débiles” que no son capaces de suprimir las interferencias (Fig.2.9) ni activar energéticamente el sistema. En cuanto al entorno subóhmico, podemos notar en la Fig.2.18(b) un comportamiento similar al observado en el caso de temperatura alta, pero ocurriendo en escalas temporales más largas. En este caso, también es posible verificar que la escala de activación energética t_{act} es posterior a la de pérdida de coherencia $t_D \sim \Omega/(\Lambda\gamma_0)$.

Finalmente, en la Fig.2.19 presentamos la evolución temporal de la energía media del sistema acoplado a entornos no óhmicos a temperatura cero para diferentes valores de los parámetros del modelo. En todos los casos, podemos observar, un comportamiento asintótico correcto y esperado.

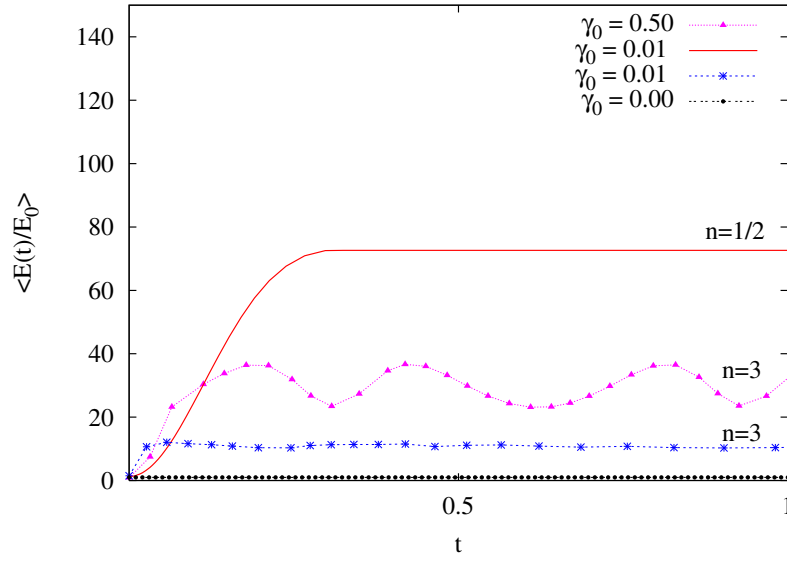


Fig. 2.19: Evolución de la energía media del sistema a tiempos largos, cuando la partícula está acoplada a distintos entornos no óhmicos, todos a temperatura cero. Consideramos el caso supraóhmico $n = 3$ y el subóhmico $n = 1/2$, y los casos $\Omega = 1$ y $L_0 = 2$ para distintos valores de γ_0 para poder distinguir entre entornos supraóhmicos “fuertes” y “débiles”. E_0 es la energía media del sistema aislado. Los parámetros usados están medidos en unidades de γ_0 , para poder incluir distintas corridas (y escalas temporales) en el mismo gráfico.

Capítulo 3

Efecto túnel, pérdida de coherencia y activación energética

La observación del efecto túnel, un proceso de características puramente cuánticas, en escalas macroscópicas resulta un aspecto muy intrigante de la Mecánica Cuántica [55, 56]. Los sistemas macroscópicos, por lo general, son sistemas abiertos que interactúan con un entorno externo. En este contexto, el efecto túnel resulta cualitativamente diferente a su análogo microscópico experimentalmente verificado [57].

Un sistema cuántico cerrado, descrito por ejemplo por un estado localizado en uno de los mínimos de un potencial de pozo doble, podría ser encontrado del otro lado de la barrera de potencial, es decir, localizado en el otro mínimo, en una escala temporal definida. Este tiempo, llamado tiempo de “tuneleo” (τ), puede ser estimado a través del uso de técnicas conocidas como, por ejemplo, el método del instantón [58]. Sin embargo, cuando el sistema es abierto, la posibilidad de observar dicho efecto, depende de factores adicionales relacionados con el entorno. Como hemos visto a lo largo del capítulo anterior, la dinámica de los sistemas cuánticos abiertos, presenta rasgos y escalas temporales intrínsecas, originadas en la interacción entre el sistema y el entorno. Los efectos difusivos inducidos por el entorno en el sistema, generan pérdida de coherencia en este último. El sistema presenta un comportamiento clásico tan pronto como sus interferencias cuánticas son destruidas por el ruido externo [50]. Esta transición cuántico-clásica se lleva a cabo en una escala temporal característica, la cual hemos denominado tiempo de pérdida de coherencia (t_D). Esta cantidad depende de las propiedades del sistema cuántico, del entorno y de la constante de acoplamiento entre ellos. Si el tiempo de pérdida de coherencia es significativamente menor que el tiempo de “tuneleo”, uno esperaría, siguiendo con el ejemplo del pozo doble, que el estado del sistema se mantuviera confinado al mínimo inicial. Es decir, si $t_D \ll \tau$,

entonces, la supresión de las interferencias y la clasicización del sistema cuántico se llevan a cabo antes, por lo cual, cualquier posibilidad de encontrar al estado final del otro lado de la barrera de potencial, es nula.

Sin embargo, hemos estudiado que los efectos difusivos también generan una excitación energética en el sistema, una vez que éste ya se ha vuelto clásico. Por lo tanto, el sistema, aún luego de perder sus interferencias cuánticas, podría ser encontrado en el otro mínimo de potencial, si ganase la suficiente energía como para “saltar” dicha barrera. La naturaleza de este proceso es completamente distinta al efecto túnel cuántico, ya que es de naturaleza puramente clásica. Como hemos visto en el capítulo anterior, este proceso de activación es efectivo tanto en el caso de un entorno a temperatura alta como a temperatura cero.

La influencia de un entorno en el efecto túnel fue estudiada por Caldeira y Legget en [55, 52] para un modelo espín-bosón. Los autores mostraron que la disipación inhibe el efecto túnel. Desde ese entonces, numerosos trabajos se han realizado estudiando varios aspectos distintos del mismo fenómeno, y por lo general, arribaron a conclusiones similares [59]. Lo que resulta más llamativo de estos trabajos, es que la mayoría de ellos basan sus conclusiones en técnicas analíticas, ya sea usando métodos funcionales o generalizaciones del método del instantón. Estos estudios están principalmente fundamentados en conceptos de equilibrio y, en algunos casos, esto podría omitir aspectos importantes de la evolución dinámica del sistema. En particular, resulta muy difícil estudiar simultáneamente el efecto túnel y la activación energética, y discernir entre ambas contribuciones individuales al final de la evolución. Llevando esta afirmación al plano de nuestro ejemplo del pozo doble, si dada la evolución dinámica de nuestro sistema cuántico abierto, observamos que el estado final del sistema se halla del otro lado de la barrera de potencial, ¿cómo podríamos explicar dicha observación? En función de la dinámica de los sistemas cuánticos abiertos, el estado podría tanto haber pasado por debajo de la barrera (efecto túnel) como haber saltado la misma (activación). Resulta evidente entonces, que el proceso de pérdida de coherencia tiene un rol fundamental para determinar la respuesta.

Desde aquellos primeros trabajos sobre sistemas abiertos, la maquinaria computacional y las técnicas asociadas a ella, han evolucionado de manera asombrosa, al punto que resulta posible, hoy día, corroborar y extender resultados analíticos conocidos. En el contexto de simulaciones numéricas en sistemas cuánticos abiertos, el principal objeto de estudio han sido los sistemas “forzados”, donde el efecto túnel se observa entre islas regulares y no regulares [60, 61]. En estos modelos resulta interesante el juego entre la disipación inducida por el entorno y el caos clásico intrínseco al sistema, ya que, por ejemplo, el comportamiento caótico del sistema elimina las interferencias cuánticas, las cuales, a su vez, son restituídas

por la disipación inducida en el sistema.

En este capítulo, nos concentraremos en estudiar la dinámica completa de una partícula, localizada inicialmente en un mínimo de un potencial de pozo doble, acoplada a un entorno externo. Estudiaremos tanto el caso de temperatura alta como el de ausencia de temperatura en el entorno. En función del estudio detallado acerca del proceso de pérdida de coherencia y activación energética, ambos fenómenos inducidos por el ruido del entorno, que hemos desarrollado en Capítulo 2 de esta Tesis, estimaremos las escalas temporales asociadas a los tres procesos físicos que gobiernan la dinámica del sistema. Estos son: pérdida de coherencia, efecto túnel y activación energética. Usando simulaciones numéricas de gran escala, obtendremos una descripción completa de la dinámica del sistema y verificaremos las estimaciones analíticas realizadas. Pero lo que resulta fundamental, es que tendremos acceso al estado del sistema a cualquier tiempo, y eso nos permitirá distinguir entre los efectos de los distintos procesos mencionados anteriormente para poder, así, encontrar la respuesta a la pregunta anteriormente formulada.

3.1 El modelo

En lo que sigue, consideraremos un oscilador cuántico, en un potencial no lineal $V(x) = -\frac{1}{4}\Omega^2 x^2 + \lambda x^4$, acoplado a un entorno formado por infinitos osciladores armónicos. El potencial $V(x)$ tiene dos mínimos absolutos $x_0 = \pm\Omega/\sqrt{8\lambda}$ separados por una barrera de potencial de altura $V_0 = \Omega^4/(64\lambda)$. La acción total del sistema está dada por

$$\begin{aligned} S[x, q_n] &= S_{\text{sistema}}[x] + S_{\text{entorno}}[q_n] + S_{\text{interaccion}}[x, q_n] \\ &= \int_0^t ds \left[\frac{1}{2}\dot{x}^2 + \frac{1}{4}\Omega^2 x^2 - \lambda x^4 + \sum_n \frac{1}{2}m_n(\dot{q}_n^2 - \omega_n^2 q_n^2) \right] - \sum_n \lambda_n x q_n, \end{aligned} \quad (3.1)$$

donde q_n , m_n y ω_n son las coordenadas, masas y frecuencias de los osciladores del entorno, respectivamente. La masa del oscilador principal (sistema) fue fijada a uno. El sistema está acoplado linealmente a cada uno de los osciladores del entorno, a través de la constante de acoplamiento λ_n .

La dinámica del oscilador no lineal puede ser estudiada a través de la traza sobre los grados de libertad del entorno y, la ecuación maestra que resulta para la matriz densidad reducida $\rho_r(t)$. Asumiremos, nuevamente, que el sistema y el entorno están inicialmente no correlacionados, y que, este último, está en un estado de equilibrio térmico a temperatura T (la cual puede ser cero inclusive). El estado inicial es, entonces, el producto del estado inicial del sistema (un estado localizado en el mínimo izquierdo del potencial) y del estado inicial térmico del entorno. Sólo cuando la interacción entre ambos es “encendida”, el sistema

comienza a evolucionar bajo la influencia del baño térmico. Es importante recordar que la condición inicial no es una condición de equilibrio del sistema total. Bajo estas suposiciones y, considerando que el acoplamiento entre el sistema y el entorno es muy pequeño (régimen subamortiguado), la matriz densidad reducida satisface la ecuación maestra de la Ec.(2.3).

Como ya mencionamos, la ecuación maestra que resulta es perturbativa. Por tanto, nosotros trabajaremos con la matriz densidad reducida obtenida a segundo orden en la constante de acoplamiento entre el sistema y el entorno. Al considerar el régimen subamortiguado, aseguramos la validez de este tratamiento perturbativo para las escalas temporales que queremos estudiar [7, 61]. Por esta razón, trabajaremos con un estorno óhmico y asumiremos que $\gamma_0 \ll \hbar = 1$, lo cual fija el dominio temporal de las soluciones perturbativas que encontraremos.

El estado del sistema está inicialmente localizado en un mínimo del potencial. Lo describiremos con una función de onda gaussiana centrada en el mínimo izquierdo del mismo, es decir en $x_0 = -\Omega/\sqrt{8\lambda}$,

$$\Psi_0(x) = \frac{1}{(2\pi\sigma_x^2)^{1/4}} \exp \left[-\frac{(x - x_0)^2}{4\sigma_x^2} \right]. \quad (3.2)$$

El ancho de esta gaussiana es $\sigma_x = 1/\sqrt{2\Omega}$, que corresponde al estado de vacío de un oscilador armónico de frecuencia Ω . Debido a la presencia del entorno, el oscilador sufre un cambio en su frecuencia natural $\tilde{\Omega}^2 = \Omega^2 + \delta\Omega^2(t)$; de modo que elijiremos los parámetros de forma tal que el coeficiente de renormalización $\delta\Omega^2(t)$ pueda ser despreciado a todo tiempo. La frecuencia natural del sistema se puede obtener expandiendo el potencial $V(x)$ alrededor del mínimo de potencial x_0 con la ayuda de $\Psi_0(x)$; de manera de describir la partícula que está *localmente* en el *vacío*.

Para el sistema cerrado, esperamos que la partícula pase al otro mínimo en un tiempo de “tuneleo” τ . La función de onda, a ese tiempo, debería corresponder a una gaussiana similar al estado inicial, pero localizada en el mínimo derecho del potencial. El estado inicial puede ser bien aproximado por una combinación lineal de los dos primeros autoestados de energía del potencial $V(x)$. Si llamamos E_0 y E_1 a las autoenergías simétricas y antisimétricas, respectivamente, esperamos que el tiempo en que el efecto túnel se lleva a cabo, sea del orden $\tau \simeq 1/(E_1 - E_0)$. Sin embargo, como la condición inicial no es exactamente la combinación lineal de dos autoestados, sino de una cantidad mayor de los mismos, este número se verá apenas corregido en nuestras simulaciones numéricas ($\tau = 3./(E_1 - E_0)$). Usando el método del instantón, hemos calculado el tiempo de “tuneleo” analíticamente [58],

$$\tau = \frac{3}{E_1 - E_0} = \frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\Omega}{V_0} \frac{1}{\Omega} \exp \left[\frac{16}{3} \frac{V_0}{\Omega} \right], \quad (3.3)$$

donde la expresión dentro de la exponencial es la acción clásica para el instantón, $S_0 = (16/3)V_0/\Omega$.

3.2 Efecto túnel y pérdida de coherencia en el límite de temperatura alta

Cuando el baño térmico está a temperatura muy alta, la ecuación maestra (Ec.(2.3)), se puede expresar de manera mucho más sencilla por medio de la distribución de Wigner reducida en el espacio de fase, $W = W(x, p; t)$ [46, 50]:

$$\dot{W} = \{H_{\text{sys}}, W\}_{\text{PB}} - \frac{\lambda}{4} x \partial_{ppp}^3 W + 2\gamma(t) \partial_p(pW) + D(t) \partial_{pp}^2 W - f(t) \partial_{px}^2 W, \quad (3.4)$$

donde $\gamma(t)$, $D(t)$ y $f(t)$ son los coeficientes de disipación, difusión normal y anómalo, respectivamente, definidos en las Ecs.(1.57). El primer término del lado derecho de esta expresión, corresponde a la evolución clásica del sistema, mientras que el segundo incluye las correcciones cuánticas a la dinámica del mismo. Los últimos tres términos de esta expresión, describen los efectos de disipación y ruido debido al acoplamiento del sistema con entorno. Para simplificar el problema, asumiremos, en adelante, que el entorno es óhmico.

Como hemos discutido anteriormente, el baño térmico genera dos efectos distintos sobre la evolución de la partícula de prueba. En el régimen donde el acoplamiento (débil) con el entorno es suficientemente intenso, la difusión es la responsable de la supresión de las interferencias cuánticas del sistema, y por ende, de su pérdida de coherencia. El resultado de este proceso es la “clásicalización” del sistema, ya que, luego de un tiempo t_D , el comportamiento cuántico es inhibido, anulando también la posibilidad de observar el efecto túnel del estado inicial. Dado que la energía inicial del sistema es menor que la barrera de potencial (de altura V_0), se espera que la partícula permanezca confinada en la posición del mínimo inicial. Sin embargo, la partícula sigue en contacto con el baño térmico, el cual en este caso en particular, está a una temperatura muy alta. Por esto, la partícula se “calentará”, y en algún tiempo, t_{act} , su energía aumentará. En ese momento, existirá cierta posibilidad de que la partícula *salte* la barrera de potencial, via activación energética inducida por el ruido del entorno, y sea encontrada del otro lado de la misma. A tiempos muy largos de la evolución, el sistema debería alcanzar un estado de equilibrio térmico, en donde encontrar a la partícula en cada uno de los mínimos sea equiprobable.

En esta sección, estimaremos las escalas temporales que juegan un rol importante en este modelo. En particular, nos interesa conocer la relación entre t_D y t_{act} , ya que es ésta la

responsable que la partícula pueda o no pasar la barrera de potencial durante las distintas etapas de su evolución.

Por un lado, el tiempo de pérdida de coherencia, en el límite de temperatura muy alta, es inversamente proporcional al coeficiente de difusión $\mathcal{D}(t)$ y el cuadrado del tamaño típico inicial de la función de onda L_0 . En este caso, elegiremos por conveniencia, que a tiempos cortos de la evolución, L_0 sea el ancho inicial de la función de onda gaussiana, es decir $L_0 = 2\sigma_x = 2/\sqrt{2\Omega}$. Usando que $\mathcal{D} = 2\gamma_0 T$, obtenemos el tiempo estimado de pérdida de coherencia,

$$t_{\mathcal{D}} = \frac{\Omega}{4\gamma_0 T} \quad (3.5)$$

en unidades de $\hbar = 1 = k_B$ [50]. Esta estimación no resulta un tiempo exacto, sino una sobreestimación (debido a la elección de L_0) de la escala temporal en la cual los efectos de pérdida de coherencia en el sistema resultan visibles.

Por otro lado, la tasa de activación térmica para un sistema clásico puede ser obtenida trabajando con el análogo clásico de la Ec.(3.4), es decir la ecuación de Fokker-Planck:

$$\dot{W} = \{H_{\text{sys}}, W\}_{\text{PB}} + 2\gamma_0 \partial_p(pW) + D \partial_{pp}^2 W. \quad (3.6)$$

Se puede notar que, posteriormente a la pérdida de coherencia en el sistema en cuestión, los términos cuánticos se vuelven irrelevantes y la Ec.(3.4) se reduce a esta última ecuación (Ec.(3.6)). En el capítulo anterior, hemos demostrado que el tiempo de activación puede ser estimado a partir de las Ecs.(2.36) y (2.37). Por completitud, volvemos a escribir el tiempo de activación térmica,

$$t_{\text{act}} = \frac{V_0 - E_0}{2\gamma_0 T}.$$

Esta estimación nos demuestra que existe una región muy grande de posibles valores de los parámetros físicos (V_0, Ω, T, γ_0) para los cuales es posible obtener primero pérdida de coherencia en el sistema (antes que se observe el efecto túnel) y retrasar, considerablemente, la activación energética en el mismo. Si este es el caso, mientras $t < t_{\text{act}}$, la partícula debe permanecer confinada a la región del lado de la barrera donde el estado del sistema estaba ubicado inicialmente. La situación ideal sería lograr que las tres escalas temporales en juego estuvieran lo más separadas posible para poder, así, distinguir entre los procesos mencionados. A fines prácticos, esto equivale a $t_{\mathcal{D}} \ll \tau \ll t_{\text{act}}$, por lo cual pedimos,

$$a t_{\mathcal{D}} = \tau = b t_{\text{act}}. \quad (3.7)$$

De la primera y segunda condición, obtenemos la siguiente restricción en los parámetros del potencial:

$$\frac{V_0}{\Omega} = \frac{1}{2} \left(\frac{a}{b} + 1 \right). \quad (3.8)$$

Esta expresión, junto a la elección del tiempo de “tuneleo” τ , fijan el valor del potencial del sistema. Los parámetros del entorno, pueden ser fijados utilizando la primer parte de la Ec.(3.7),

$$\gamma_0 T = \frac{a\Omega}{4\tau}. \quad (3.9)$$

Finalmente, eligiendo $a \gg 1$ y $b \ll 1$, nos permitirá obtener la evolución deseada en el sistema, manteniendo la partícula confinada de un lado de la barrera de potencial para un tiempo arbitrariamente largo.

3.2.1 La pérdida de coherencia inhibe el efecto túnel

Con ayuda de las simulaciones numéricas, intentaremos ilustrar el mecanismo de inhibición del efecto túnel detallado arriba. Para ello, resolvimos la ecuación maestra (a través de la evolución de los autoestados de energía) para valores de los parámetros elegidos convenientemente $V_0 = 100$ y $\Omega = 5$. De la ecuación (3.8), se ve que esta situación corresponde a un valor $n = V_0/\Omega = 20$, número que representa la estimación semiclásica de la cantidad de estados atrapados en el pozo de potencial. Para este conjunto de parámetros, $\tau = 4.63155403 \cdot 10^{10}$. Hemos elegido, además, $a = 24.5$ y $b = 0.6282$ de modo que $\gamma_0 T = 3.9 \cdot 10^{-11}$, y se verifique la condición de régimen subamortiguado. Con esta elección, buscamos lograr que el sistema se caliente de a poco, retrasando la activación energética hasta bastante después del tiempo de “tuneleo”. De esta forma, obtenemos la relación entre las tres escalas temporales, siendo $t_D \sim 0.0408 \tau$ y $t_{\text{act}} \sim 1.6326 \tau$, en unidades del tiempo τ .

Como el estado inicial resulta bien representado por la superposición lineal de 10 autoestados de H_{sis} , hemos elegido un espacio de Hilbert de dimensión $N = 40$, el cual es el valor más grande de dicho espacio que podemos manejar numéricamente. La frecuencia más grande presente en el entorno es $\Lambda = 10 \times \Delta_{40,0} = 10 \times 102.237307$ ($\Delta_{40,0}$ es la diferencia de energía entre la autofrecuencia 40 y la fundamental).

También resolvimos la evolución del sistema para el caso aislado, verificando que el tiempo de “tuneleo” de nuestro estado inicial Ec.(3.2) es, efectivamente, muy cercano al estimado analíticamente en la Ec.(3.3). Esto está ilustrado en la Fig.3.1, donde mostramos la evolución temporal de la probabilidad de encontrar a la partícula en el pozo inicial, tanto en el caso aislado como en el abierto (sistema en interacción con el baño). Esta probabilidad comienza en uno a $t = 0$ y decrece a medida que la partícula va pasando por debajo de la barrera de potencial, llegando a cero cuando $t \sim \tau$. Para tiempos más largos, aunque no se muestra en esa figura, se puede ver que la partícula pasa de un lado a otro de la barrera con un período de oscilación de 2τ .

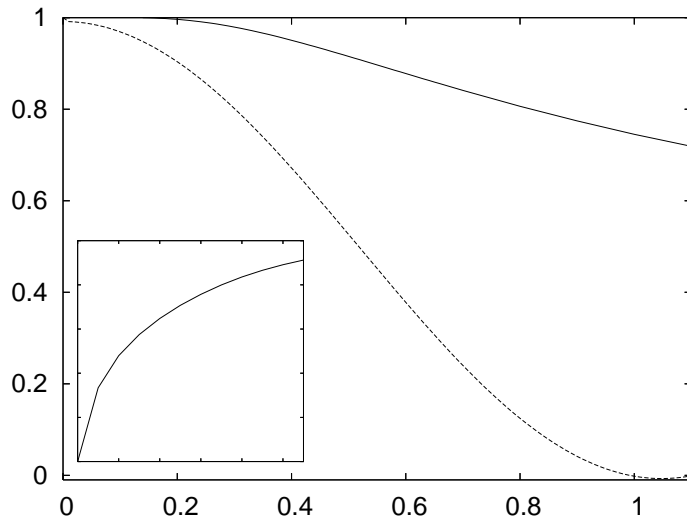


Fig. 3.1: Evolución temporal de la probabilidad de encontrar a la partícula en el pozo inicial del sistema abierto (línea de traza entero) y del sistema cerrado (línea punteada). El tiempo está medido en unidades del tiempo de “tuneleo” τ . En el recuadro inferior, se muestra la evolución temporal de la Entropía lineal del sistema abierto, $S_L / \ln N$, donde $N = 40$ es el tamaño del espacio de Hilbert elegido. Para $t \sim \tau$, la Entropía lineal alcanza un valor cercano al de saturación, es decir $S_L / \ln N = 1$.

El comportamiento del sistema abierto es claramente diferente al correspondiente del sistema cerrado. La probabilidad de encontrar a la partícula en el pozo de potencial original también decrece inicialmente, pero lo hace con una tasa más lenta. Como demostraremos más adelante, y, en parte debido a nuestra elección de los parámetros, esta disminución se debe a la activación térmica más que al efecto túnel (es suprimido a tiempos muy cortos). La probabilidad nunca se hace cero y tampoco se observan oscilaciones; sino que decrece monótonamente, y a tiempos muy largos, esperamos que alcance el valor 0.5. Es decir, el estado final debería ser un estado de equilibrio térmico con el entorno, con igual probabilidad de encontrar a la partícula en cada uno de los mínimos de potencial. En la Fig. 3.1, también mostramos la evolución temporal de la Entropía Lineal S_L del sistema abierto, definida como $S_L / \ln N = -\ln [\text{Tr} \rho^2] / \ln N$ (donde $\ln N$ es el valor máximo que puede alcanzar para el espacio de Hilbert elegido). Después de un tiempo, esta cantidad alcanza su valor de saturación. Esto indica que la dimensión del espacio de Hilbert ($N = 40$) resulta chica para la simulación numérica y los estados de energía más altos ya se están poblando. Como consecuencia, los resultados numéricos son menos confiables para tiempos mayores que el tiempo τ . De todas formas, resulta evidente que la pérdida de coherencia en el sistema inhibe el efecto túnel para tiempos bastante anteriores a dicha cota temporal numérica.

Las características particulares de la evolución, tanto del sistema aislado como del abierto, se pueden observar en las Figs. 3.2 y 3.3, en las cuales graficamos la distribución de probabilidad $\sigma(x, x) = \langle x | \rho_t | x \rangle$ y la función de Wigner $W(x, p)$, respectivamente, para ciertos tiempos. De nuevo, los diferentes comportamientos entre el caso aislado y el abierto resultan evidentes. Para tiempos cortos ($t \sim 0.2\tau$), en el caso aislado, la probabilidad de encontrar a la partícula del lado original disminuye, mientras que del otro lado de la barrera aumenta, sugiriendo que el estado comienza a pasar por debajo de ella. El mismo efecto puede ser observado para el correspondiente tiempo de la función de Wigner de la Fig. 3.3. Allí, los efectos cuánticos se notan en los valores negativos (interferencias) que aparecen en el centro del espacio de fases. Para esos mismos tiempos, en el sistema abierto, no observamos evidencia alguna de que el sistema esté pasando a través de la barrera de potencial. Por el contrario, vemos que la partícula está estrictamente confinada al pozo de potencial inicial. En este caso, observamos que tanto $\sigma(x, x)$ como $W(x, p)$ aumentan como consecuencia de la difusión inducida por la presencia del entorno. Como el tiempo de pérdida de coherencia es muy corto para nuestra elección de los parámetros físicos del modelo, la destrucción de las interferencias cuánticas ya se hizo efectiva a este tiempo ($t = 0.2\tau$) y, consecuentemente, la función de Wigner es positiva en todas las regiones del espacio de fases. A un tiempo posterior, por ejemplo $t = 0.5\tau$, tanto la distribución de probabilidad

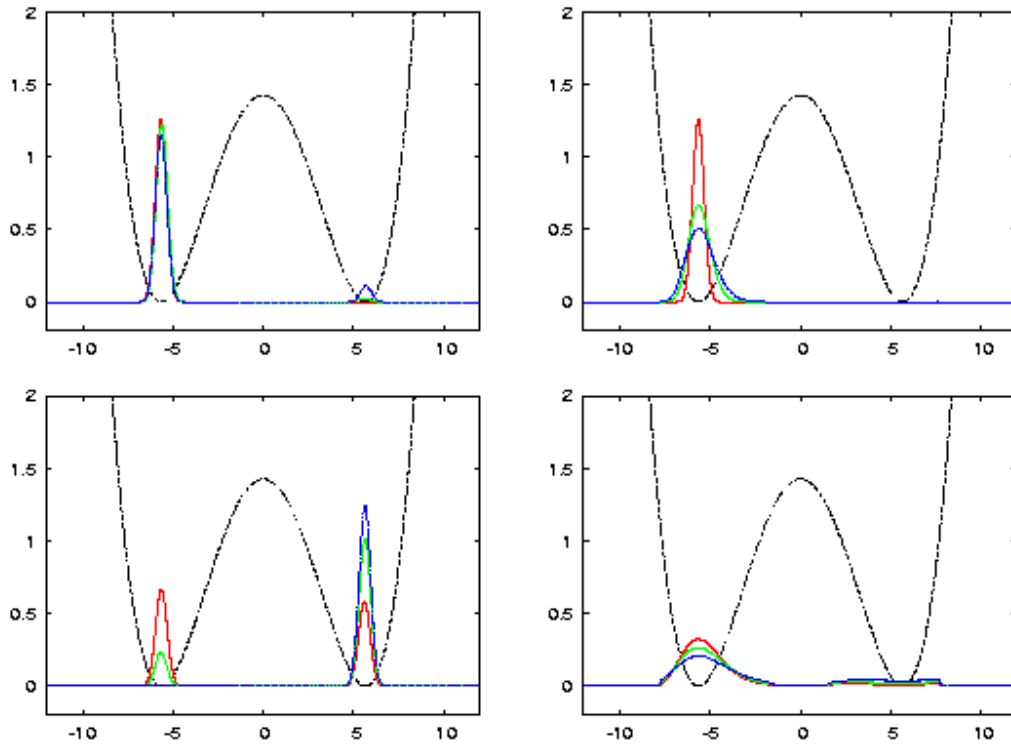


Fig. 3.2: Distribución de probabilidad $\sigma(x, x)$ para el sistema aislado (izquierda) y abierto (derecha) para $t = 0$; $t = 0.1\tau$ y $t = 0.2\tau$ (superior); $t = 0$; $t = 0.5\tau$ y $t = \tau$ (inferior). Esta graficado, además, el potencial rescalado $V(x)$ para usarlo de referencia.

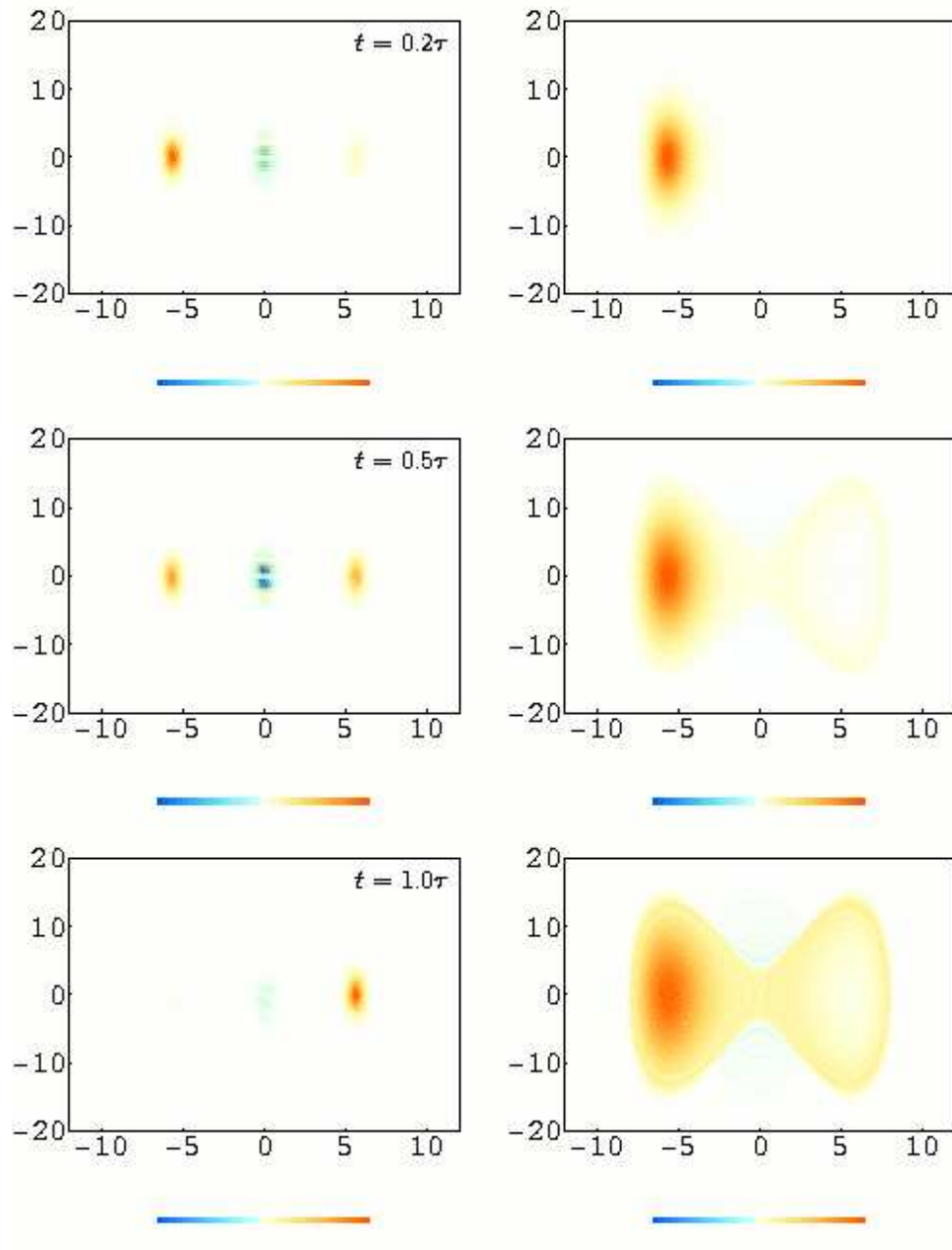


Fig. 3.3: Función de Wigner para el caso del sistema aislado (izquierda) y abierto (derecha), para los tiempos indicados. El eje horizontal corresponde a x , mientras que el vertical a p . El fondo blanco corresponde a valores nulos de $W(x, p)$. Colores del amarillo al rojo, representan valores positivos de esta función, mientras que los colores en la gama azul, corresponden a valores negativos.

como la función de Wigner, son simétricas para el sistema aislado. Sin embargo, en el sistema abierto, la función de onda se sigue propagando en el espacio de fases. Además, podemos notar los primeros signos de la activación térmica; es decir, comienza a haber distribución de probabilidad no nula del lado derecho de la barrera de potencial. Cuando se alcanza el tiempo de “tuneleo”, a pesar que el sistema está mayormente localizado del lado izquierdo (inicial) de la barrera de potencial, el sistema comienza a calentarse y su función de Wigner explora regiones más grandes del espacio de fases motivada por la activación térmica. Podemos notar pequeñas franjas de interferencia de valor negativo en la función de Wigner ya que ésta, ahora, ocupa áreas de mayor no linealidad del potencial. Este comportamiento transitorio es una consecuencia conocida de la aparición de efectos no lineales en el sistema y no tiene relación con el efecto túnel [69]. Mientras, a tiempo $t = \tau$, el sistema aislado se encuentra completamente localizado del otro lado de la barrera de potencial, tras haber “atravesado” dicha barrera por efecto túnel.

3.2.2 Activación térmica en el límite clásico

En esta sección, presentaremos un ejemplo numérico sencillo de activación térmica en el límite clásico de temperatura muy alta. Nuestra intención es mostrar la evolución del sistema en presencia de un entorno clásico a temperatura alta. Un sistema clásico estadístico se puede describir por la Ec.(3.6). Aquí, en lugar de resolver dicha ecuación para obtener $W(x, p)$, nos limitaremos a hacer evolucionar un conjunto muy grande de trayectorias de partículas clásicas que interactúan con un baño térmico vía términos de difusión y disipación. La ecuación de movimiento para cada una está dada por

$$\ddot{x}(t) = -2\gamma_0\dot{x}(t) - V'(x(t)) + \xi(t), \quad (3.10)$$

donde ξ un ruido gaussiano no correlacionado temporalmente con una varianza definida según $\langle \xi(t)\xi(t') \rangle = \gamma_0 T \delta(t - t')$ (ruido blanco). Resulta fácil demostrar que un conjunto de partículas que evolucionan de acuerdo a la ecuación de Langevin Ec.(3.10), también satisfacen la ecuación maestra Ec.(3.6). Sin embargo, resulta menos costoso numéricamente encontrar la solución para un número muy grande de partículas que cumplen con la primer ecuación. De este modo, las condiciones iniciales son elegidas de forma, que tanto x como p , sean variables gaussianas aleatorias distribuidas según el análogo clásico de la función de onda de la Ec.(3.2),

$$W_0(x, p) = \frac{1}{\pi} \exp \left[-\frac{(x - x_0)^2}{2\sigma_x^2} - 2\sigma_x^2 p^2 \right]. \quad (3.11)$$

Luego, a un tiempo dado t , podemos obtener valores de expectación de las magnitudes físicas promediando sobre el conjunto de partículas. De este modo, podemos determinar la

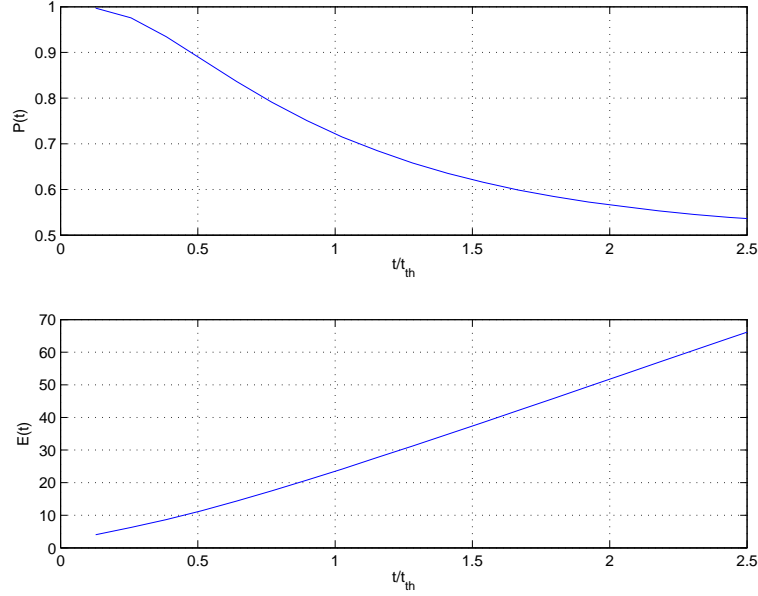


Fig. 3.4: Evolución temporal de la probabilidad de permanecer en el pozo de potencial original (superior) y de la energía media del sistema (inferior). El tiempo está expresado en unidades de la escala temporal de Eq. (2.38).

función de Wigner, evaluando la cantidad de partículas dentro del conjunto que tienen un valor de posición y momento en el intervalo $(x, x + dx) \times (p, p + dp)$. En las Figs. 3.4 y 3.5, mostramos los resultados de la simulación para los valores de los parámetros $\Omega^2 = 12$, $V_0 = 23$, $T = 10^7$, y $\gamma_0 = 2.5 \times 10^{-9}$ ¹.

El tiempo de activación térmica estimado, para estos valores de los parámetros, es $t_{act} = 390$. En la Fig. 3.4, mostramos la probabilidad de encontrar a la partícula del lado izquierdo de la barrera de potencial $P(t)$ (gráfico superior) y la energía media del sistema (gráfico inferior). Como esperábamos, cuando $t \simeq t_{act}$, la energía media de la partícula es del mismo orden que la altura de la barrera de potencial V_0 . La probabilidad $P(t)$ en ese tiempo es $P \sim 0.7$. Es importante destacar que hemos realizado distintas simulaciones numéricas para un amplio rango de parámetros y encontramos que la Ec.(2.38) se cumple bien en todos los casos. En particular, notamos que la probabilidad de “permanencia” del lado original de la barrera, a un tiempo $t = t_{act}$, siempre estuvo alrededor de $P \simeq 0.65 - 0.75$, rango en el cual podemos ubicar el valor de la simulación cuántica de la sección anterior. Igualmente, ese valor debería ser considerado sólo de modo cualitativo, ya que fue obtenido

¹ Si hubiéramos usado los valores de la sección anterior, hubiésemos obtenido soluciones temporales poco prácticas. Sin embargo, a pesar de las distintas escalas temporales, los aspectos cualitativos de estas simulaciones deberían coincidir con aquellos de dicha sección, ya que la intención de nuestra simulación clásica es ilustrar las propiedades genéricas del proceso de activación térmica.

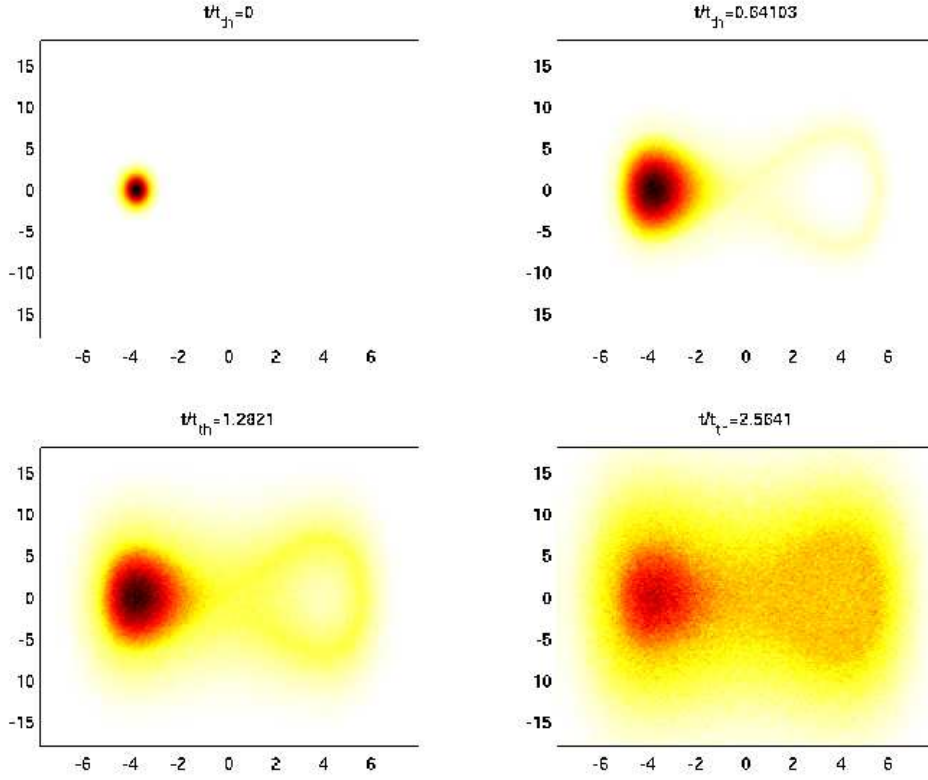


Fig. 3.5: Función de distribución clásica para el sistema en los tiempos indicados. El eje horizontal corresponde a x y el vertical a p . El color blanco de fondo, corresponde a valores nulos de la función de Wigner, mientras que el colores del amarillo al rojo, a valores positivos de $W(x, p)$ y, colores en la gama del azul a valores negativos de la misma.

después que la Entropía Lineal alcanzara su valor de saturación, lo cual, como ya indicamos, hace que los resultados numéricos sean menos confiables. La evolución de $P(t)$ en el caso clásico, en general, es muy similar a la correspondiente al caso cuántico para tiempos posteriores a t_D , ya que es una probabilidad que decrece monótonamente y se acerca 0.5 para valores temporales largos. En la Fig. 3.5, presentamos la función de Wigner clásica, es decir, la distribución de probabilidad en el espacio de fases, para ciertos tiempos. Para toda la evolución, y como esperábamos, $W(x, p) > 0$, ya que la ecuación de Fokker-Planck conserva la positividad de la distribución. A medida que el tiempo transcurre, el paquete inicial gaussiano se ensancha. Esto genera que su energía decrezca y permite, a una mayor cantidad de partículas, explorar el espacio de fases. Para $t = t_{\text{act}}$, cuando la energía media de la partícula iguala la altura de la barrera de potencial, la activación térmica empieza a jugar un rol más significativo en la evolución del sistema. Resulta interesante destacar que, para este tiempo de la evolución, la separatriz del espacio de fases muestra una gran

densidad de partículas del lado derecho de la barrera de potencial. Esto confirma que las partículas cruzan dicha barrera cuando su energía media es del orden de la altura de esta última (correspondiente a la energía de la separatriz). Esta característica de la activación térmica también puede observarse en la Fig. 3.3 del sistema cuántico abierto. En el caso del sistema cuántico cerrado, por el contrario, observamos que la función de Wigner tiene valores nulos en la región de la separatriz a lo largo de toda la evolución. En este caso, el efecto túnel es fácilmente reconocible debido a la presencia de grandes interferencias cuánticas negativas en el origen del espacio de fases. Si volvemos al caso clásico que nos concierne en esta sección, podemos observar que para tiempos largos, los efectos difusivos y disipativos se combinan para poblar las regiones centrales del mínimo derecho de potencial. Finalmente, el aspecto general de la función de Wigner se vuelve sumamente simétrico, indicando que el sistema converge asintóticamente a un estado de equilibrio térmico con el entorno.

3.3 Efecto túnel y pérdida de coherencia a temperatura estrictamente cero

En esta sección, repetiremos todo el análisis anterior para el caso en que el entorno tiene temperatura cero. Asumiremos, de nuevo, un entorno óhmico y usaremos los tiempos de pérdida de coherencia estimados en la Sección 2.2.1. Es necesario mencionar que las escalas temporales obtenidas en dicha sección fueron derivadas para un oscilador armónico. Por tanto, sólo nos resultarán útiles cuando empecemos con un estado inicial muy angosto localizado en uno de los mínimos de potencial. Para tiempos cortos, el sistema evolucionará como si estuviera bajo la influencia de un potencial armónico. Luego de un tiempo corto, las no linealidades del potencial se volverán importantes generando interferencias dinámicamente [69]. De esta manera, esperamos que los tiempos allí estimados nos resulten útiles si, efectivamente, se cumple que la pérdida de coherencia ocurre muy temprano para el sistema.

Para resolver la ecuación maestra utilizamos una rutina de paso variable para distintos parámetros del sistema y del entorno. Todos los resultados obtenidos son estables ante cambios en los parámetros del método de integración Runge Kutta utilizado. Como ejemplo, mostraremos los resultados obtenidos cuando $\Omega = 100$ y $V_0 = 200$, para los cuales el tiempo de “tuneleo” resulta $\tau \approx 158.27$. De nuevo, queremos que la pérdida de coherencia en el sistema sea anterior al efecto túnel, por tanto debemos fijar los parámetros del entorno consecuentemente a $at_D = \tau$. Eligiremos $a = 10$. Usando la expresión del tiempo de pérdida

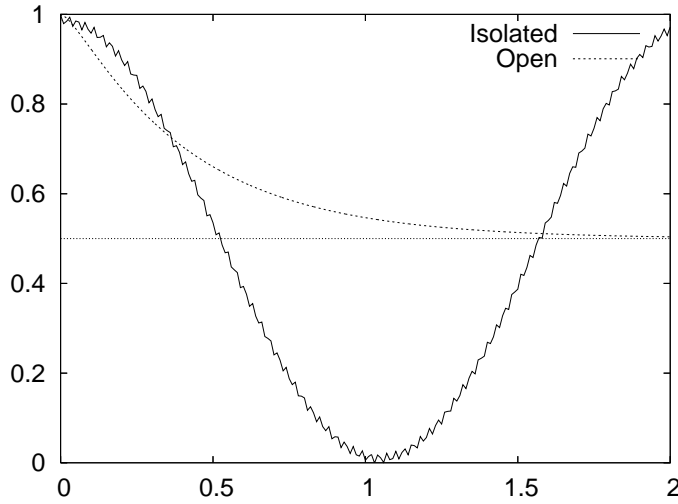


Fig. 3.6: Evolución temporal de la probabilidad de permanencia del lado original de la barrera de potencial. El eje horizontal es el tiempo medido en unidades del tiempo de “tuneleo” τ , mientras que el vertical es la probabilidad $P(t)$.

de coherencia cuando $\Omega t \ll 1$, es decir $t_D \leq 1/(8\gamma_0)$, obtenemos $\gamma_0 = a/(8\tau) \approx 0.007897$. Fijando la frecuencia de corte en $\Lambda = 10V_0 = 2000$, y considerando la Ec.(2.4), vemos que la renormalización de la frecuencia $\delta\Omega^2(t)$ puede ser despreciada a todo tiempo. De hecho, es fácil verificar que, para estos valores, $\tilde{\Omega}^2$ es 0.32% del valor de Ω^2 . De esta forma, podemos asumir tranquilamente que el estado inicial está dado por el vacío de un oscilador armónico de frecuencia Ω^2 , en lugar de $\tilde{\Omega}^2$. En la Fig.3.6, mostramos la probabilidad de encontrar a la partícula del lado original de la barrera en función del tiempo (medido en unidades del tiempo de “tuneleo” estimado τ), mientras que en las Figs. 3.7 y 3.8, se grafica la distribución de probabilidad $\sigma(x, x)$ y la función de Wigner del sistema, respectivamente. La evolución temporal del sistema abierto cuando el entorno está a temperatura cero, presenta tanto similitudes como diferencias significativas con su análogo a temperatura alta. Para tiempos muy cortos, la probabilidad de permanencia decrece rápidamente, acercándose a 0.5 cuando $t \sim 2\tau$. Como esperábamos, no hay signos de oscilación en el sistema ya que $t_D < \tau$. Incluso, el comportamiento asintótico tampoco presenta oscilaciones que impliquen que el efecto túnel tiene un rol importante en la dinámica a tiempos largos. Por el contrario, observamos que el sistema evoluciona hacia un estado de “equilibrio”, donde existe igual probabilidad de encontrar a la partícula en cada mínimo del potencial. Tanto la distribución de probabilidad como la función de Wigner corroboran este resultado. Para tiempos muy cortos, las regiones negativas de la función de Wigner son considerablemente suprimidas si comparamos con el escenario del sistema cerrado al mismo tiempo. Para

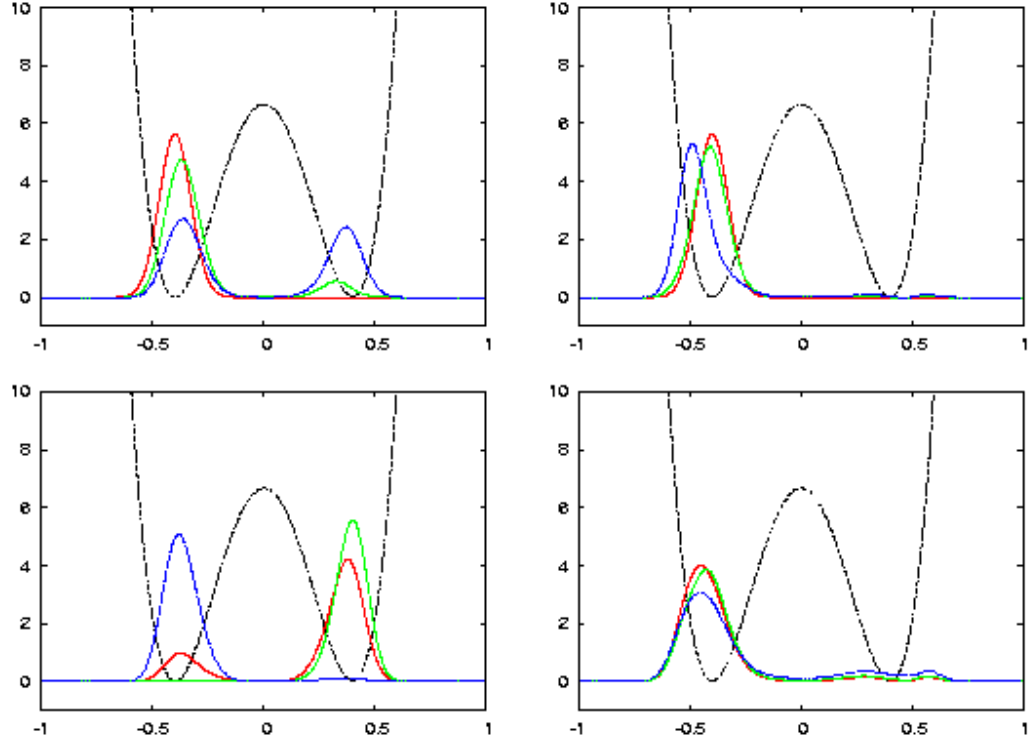


Fig. 3.7: Distribución de probabilidad $\sigma(x, x)$ (eje y) para el sistema aislado (izquierda) y el sistema abierto (derecha) para los tiempos $t = 0$; $t = 0.1 \tau$ y $t = 0.2 \tau$ (en los gráficos superiores); $t = 0.5 \tau$ y $t = \tau$ (en los inferiores). El potencial $V(x)$ rescalado aparece como referencia.

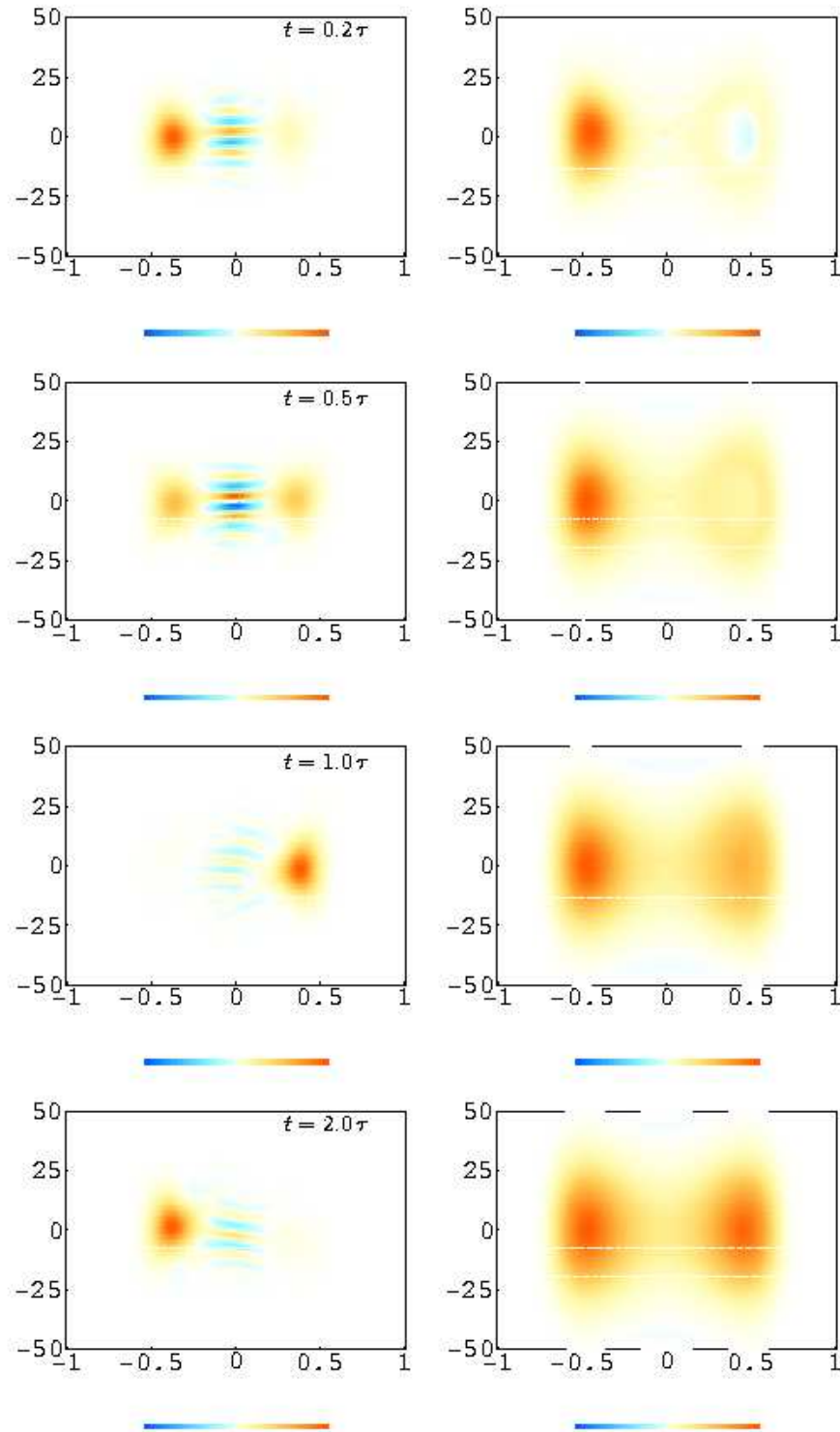


Fig. 3.8: La distribución de Wigner para el sistema aislado (izquierda) y el sistema abierto (derecha) para los tiempos indicados. Los colores son similares a aquellos definidos en la Fig.3.3.

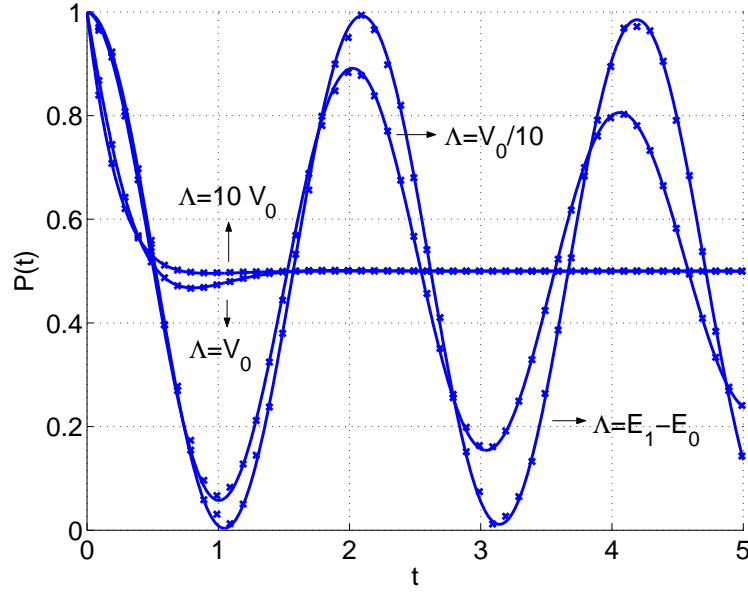


Fig. 3.9: Probabilidad de permanecer en el pozo original para diferentes valores de Λ (los otros parámetros son iguales a los gráficos anteriores). Las cruces corresponden a un grupo de los valores de la simulación numérica (no están todos los puntos de la simulación para que la curva sea visible). La línea de trazo sólido corresponde a un ajuste no lineal de χ^2 de los valores numéricos a la expresión de la Ec.(3.12). El tiempo está medido en unidades del tiempo τ del sistema cerrado.

$t > \tau/2$, $W(x, p)$ se vuelve positiva y el efecto túnel es definitivamente suprimido. Como ocurría en el caso de temperatura alta, la separatriz se puebla considerablemente cuando la activación *térmica* se vuelve relevante. Tanto $\sigma(x, x)$ como $W(x, p)$ se vuelven simétricas alrededor de $x = 0$, lo cual sugiere que la dinámica del sistema abierto debería ser posible de describirse en términos de un proceso semejante a la activación térmica. Esto fue precisamente lo que estudiamos en la Sección 2.4.2 para entornos generales y denominamos excitación energética inducida por el ruido del entorno. En este caso, además del análisis del rol de las fluctuaciones de vacío y el rol importante que juega la difusión anómala, podemos mencionar la relación particular que existe entre la pérdida de coherencia y la excitación de energía a $T = 0$. En ambos procesos, la frecuencia de corte Λ es de gran importancia, ya que los afecta en la misma dirección. En las Figs. 3.9 y 3.10 se muestran la probabilidad de permanecer en el mínimo original y la energía media del sistema, respectivamente, para distintos valores de la frecuencia de corte. Λ varía desde la frecuencia más chica presente en el entorno a la máxima $\Lambda = 10V_0$. Además, mostramos los valores intermedios $\Lambda = V_0/10$ y $\Lambda = V_0$.

Vemos que, si disminuimos el valor de Λ , el tiempo de activación se ve retrasado, pero

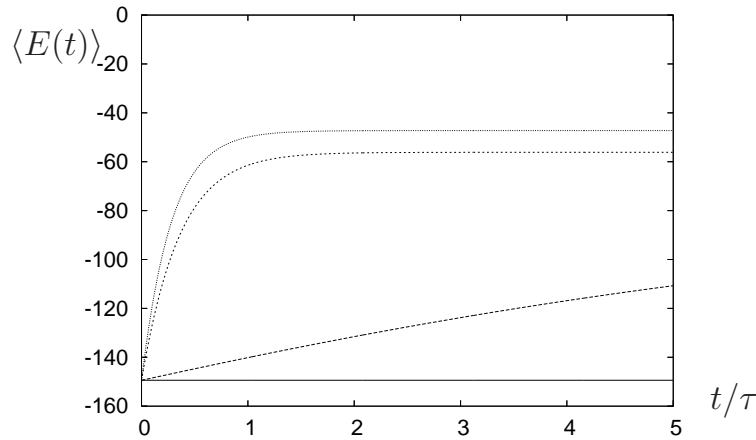


Fig. 3.10: Evolución temporal de la energía media del sistema principal para el mismo conjunto de parámetros que en la Fig.3.9. El tiempo está medido en unidades del tiempo τ . La línea de trazo sólido corresponde al valor más chico de Λ ; la línea de trazo cortado al valor $\Lambda = V_0/10$. La línea punteada es para los valores más grandes de la frecuencia de corte: $\Lambda = 10V_0$ arriba y $\Lambda = V_0$ abajo.

el de pérdida de coherencia también. En esta situación, la partícula puede oscilar entre los mínimos de potencial, atravesando la barrera por efecto túnel, por un período más largo. Valores más grandes de la frecuencia, conducen a que ambos procesos tengan lugar más temprano en la evolución del sistema. Por tanto, no es posible localizar la partícula en uno de los mínimos de potencial, suprimiendo simultáneamente el efecto túnel y la activación en el sistema, para esos valores de Λ .

La dependencia de la activación energética con la frecuencia de corte puede ser obtenida de manera más cuantitativa realizando un ajuste numérico de la probabilidad de permanencia de la partícula con una simple expresión evolutiva. En la Fig.3.9, una selección de puntos de la simulación numérica (cruces) son mostrados junto al resultado del ajuste (línea de traza sólido) de la forma,

$$P(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(\pi t/\tau) \exp(-t/t_{\text{act}}). \quad (3.12)$$

La expresión analítica se ajusta extremadamente bien a los datos de la simulación numérica, lo cual nos permite determinar las dos escalas relevantes τ y t_{act} para cada elección de Λ . En la Fig.3.11, mostramos el tiempo de activación calculado de esta forma, en función de la frecuencia de corte. La curva incluye un número mayor de curvas, de modo de cubrir una región más amplia de posibles valores de Λ . Podemos observar que, el tiempo de activación inicialmente decrece a medida que Λ aumenta. Sin embargo, cuando Λ es del orden de la

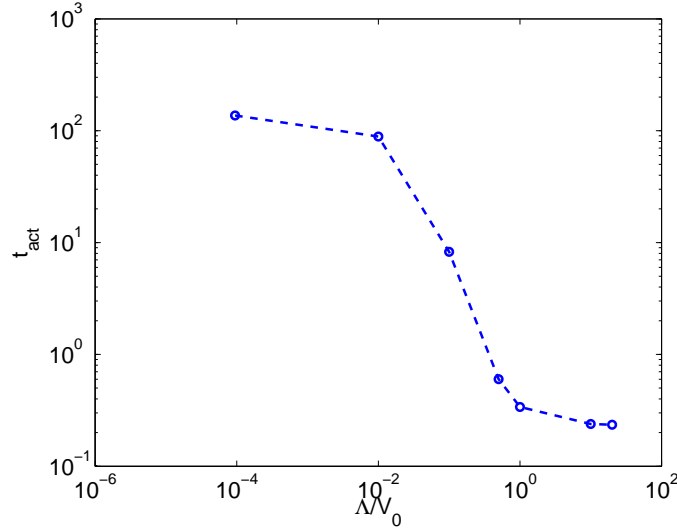


Fig. 3.11: Gráfico logarítmico del tiempo de activación t_{act} como función de Λ/V_0 .

altura de la barrera de potencial V_0 , se nota un cambio de régimen. Para valores $\Lambda < V_0$, el efecto túnel es aún observable en el sistema. Incluso, el valor deducido del ajuste de la Ec.(3.12) coincide con un error menor al 5% de aquel estimado para el sistema aislado. Por el contrario, para valores de V_0 más grandes que Λ , este efecto está completamente inhibido. Esto implica que el término oscilatorio de la Ec.(3.12) se vuelve completamente irrelevante para el ajuste realizado. Con todo esto, podemos considerar que $\Lambda \simeq V_0$ es una suerte de umbral, a partir del cual las fluctuaciones de vacío tienen un rol principal en la evolución dinámica del sistema.

En todos los casos, el comportamiento asintótico para la probabilidad $P(t)$ fue 0.5 con gran precisión. A modo de revisión, realizamos nuevos ajustes, pero dejando el valor asintótico de $P(t)$ como otro parámetro libre del modelo. En todo el rango de valores de Λ considerado, siempre obtuvimos resultados que se diferenciaban de 0.5 en menos de un 0.8%. Finalmente, podemos estudiar cómo afecta el patrón de la evolución el valor de γ_0 . En el caso particular de $\Lambda = 10V_0$, encontramos que, cuando γ_0 disminuye, el efecto túnel reaparece y el tiempo de activación aumenta. Estos resultados se presentan en la Fig 3.12. Notablemente, el valor del tiempo estimado de “tuneleo” τ varía con γ_0 . Para valores muy chicos del acoplamiento, obtenemos $\tau \sim 1$ (en unidades de τ). Este valor aumenta a medida que aumenta γ_0 hasta un 50% respecto del valor original de este tiempo; en ese caso, el efecto túnel se ve suprimido. Esto indica que, cuando la interacción con el entorno se hace más grande, probablemente los efectos de renormalización de la frecuencia del sistema ya no sean despreciables. Además, debemos notar que, dentro de la región de los parámetros considerados, el tiempo de activación varía inversamente proporcional a γ_0 .

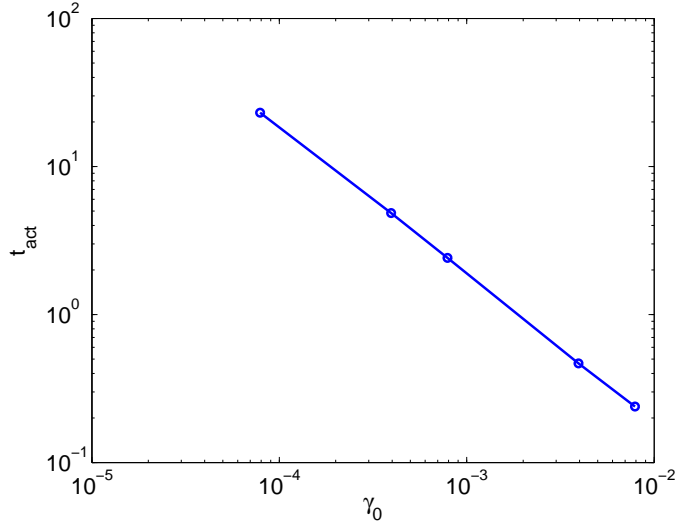


Fig. 3.12: Gráfico logarítmico del tiempo de activación t_{act} como función de γ_0 para el valor $\Lambda = 10V_0$.

Esto guarda semejanza con los tiempos de pérdida de coherencia estimados en las Ecs.(3.5) y Ec.(2.23); es decir, que ambos procesos dependen de igual forma de γ_0 , y por lo tanto, están estrechamente relacionados.

En síntesis, hemos descrito la dinámica del sistema abierto en función de tres fenómenos principales: pérdida de coherencia, efecto túnel y excitación energética. Tanto el primero como el último proceso son inducidos por la presencia del entorno, mientras que el segundo es de naturaleza puramente cuántica. Hemos demostrado que el entorno puede ser modelado de modo de que $t_D \ll \tau$, o de hecho, cualquier permutación posible de los tres procesos que describen la dinámica del sistema. Esto se motiva en la comparación de las escalas temporales estimadas en cada caso. Para el caso del sistema cerrado, las simulaciones numéricas reprodujeron todas las propiedades conocidas del efecto túnel. El análisis entre el caso abierto y el cerrado nos resultó fundamental; por un lado, para entender que, cuando el entorno está a temperatura cero, las fluctuaciones cuánticas del entorno tienen un rol importante en la evolución y, por el otro, confirmar nuestro estudio de la Sección 2.4.2: que aún en contacto con un entorno a $T = 0$, el sistema se excita energéticamente para tiempos posteriores al tiempo de pérdida de coherencia.

El efecto túnel macroscópico cuántico puede ser relacionado con el efecto túnel de una función de onda de muchos cuerpos a través de una barrera de potencial. De esta forma, provee una prueba fehaciente de la validez de la Mecánica Cuántica, mucho más concluyente que el caso de este mismo efecto para una única partícula. Un ejemplo concreto donde el efecto túnel macroscópico resulta experimentalmente accesible es en el caso de un conden-

sado de Bose-Einstein (BEC) en una trampa óptica. Estos sistemas tienen un número finito de átomos (manejable) y, por tanto, se extienden a lo largo de la frontera entre lo microscópico y macroscópico, y por que no, entre los sistemas cuánticos y clásicos.

Las propuestas experimentales apuntan al uso de átomos confinados [62]. En general, consisten en la separación y fusión de dos barreras de potencial, de modo que los paquetes de onda atómicos se separen y recombinen, correspondientemente [63]. Por lo pronto, BECs en un pozo doble de potencial han sido creados en un experimento [13]. Las interacciones átomos-átomos a distancias finitas tienden a localizar las partículas en uno de los mínimos de potencial y reducen la coherencia en los procesos de separación y recombinación [64], mientras que el efecto túnel entre los mínimos de potencial, sirve para “delocalizar” los paquetes de onda atómicos y asegurarse una fase relativa bien definida entre los pozos de potencial. La interacción entre los átomos condensados y aquellos que no lo están favorecen la decoherencia en el sistema [65].

En este contexto, resulta muy interesante la extensión del estudio de la dinámica del sistema al caso de superposiciones macroscópicas de estados cuánticos, como por ejemplo BECs en un pozo doble de potencial [12]. En [15], hemos extendido nuestras consideraciones acerca del efecto túnel, la decoherencia y la activación al caso en el que la condición inicial en el sistema es una superposición coherente de dos paquetes gaussianos. En los experimentos de BECs de gases atómicos diluidos alcalinos-metálicos, los átomos atrapados son enfriados por evaporación e intercambian partículas con el entorno. La coherencia de BECs macroscópicos cuánticos resulta en el efecto túnel de átomos entre modos, de manera análoga al efecto túnel en pares de Cooper de una juntura Josephson. Por lo tanto, nuestra motivación en [15], fue estudiar cuán robusta es la coherencia de los BECs en presencia de un entorno a temperatura cero, y de qué manera, el efecto túnel se ve afectado.

Capítulo 4

Pérdida de coherencia inducida por entornos compuestos

Generalmente, un sistema “extenso”, es decir compuesto por dos o más subsistemas, se encuentra en interacción con un entorno externo, posiblemente modelado por un baño térmico con un número muy grande de grados de libertad. Este tipo de sistemas es usualmente conocido como sistema compuesto. La transferencia de electrones en soluciones [66], una molécula biológica grande, la relajación vibracional de las moléculas en soluciones, los excitones en semiconductores acoplados a modos acústicos u ópticos de los fonones, pueden ser ejemplos válidos de este tipo de sistemas en la Naturaleza.

En este capítulo analizaremos el efecto inducido en un sistema cuántico debido a la presencia del entorno. El modelo considera al sistema cuántico compuesto formado por un subsistema A acoplado a un subsistema B , el cual, a su vez, está en interacción con el entorno \mathcal{E} . El acoplamiento de A al entorno es sólo a través del subsistema B , por lo cual, consideramos el subsistema A en interacción con un entorno compuesto formado por $B + \mathcal{E}$. Para estudiar este problema, consideraremos un modelo sencillo en el cual el subsistema A está representado por un oscilador armónico y el subsistema B por un oscilador invertido. La principal motivación para estudiar este modelo es doble. Por un lado, buscamos ahondar en el estudio de la pérdida de coherencia en sistemas cuánticos debido a la presencia de entornos caóticos. El oscilador invertido ha sido usado recientemente para modelar esta situación [67]. A pesar que esa consideración es una simplificación muy grande para modelar un entorno caótico, el modelo permite mostrar la sensibilidad exponencial del sistema en cuestión a las perturbaciones, lo cual resulta fundamental para analizar las evoluciones caóticas. Por otro lado, se busca enfatizar la idea que aislar un sistema cuántico de un entorno caótico resulta muy difícil, como ya ha sido notado en [67]. Más

aún, resulta mucho más complicado aislar el sistema cuántico de un entorno caótico que de los muchos osciladores armónicos que modelan el entorno en el Movimiento Browniano Cuántico (MBC). En este contexto, consideraremos dos situaciones diferentes. Primero, el caso en el cual el grado de libertad caótico está en el entorno, es decir, B está representado por un oscilador invertido y directamente acoplado, por un lado, al entorno externo \mathcal{E} , y por el otro, al subsistema A . Segundo, el caso en el cual, el grado de libertad inestable está en el sistema, es decir A es un oscilador armónico acoplado a un oscilador invertido B , a su vez en interacción con el entorno \mathcal{E} . Estas son las extensiones naturales de los estudios realizados en [67] y [68, 69, 70] para el primer y segundo caso, respectivamente. En ambas situaciones, estimaremos el tiempo de pérdida de coherencia, el cual resulta distinto para cada caso. Finalmente, el análisis del modelo se completará con la inclusión de las otras dos posibilidades para el sistema, es decir, el subsistema A y el subsistema B , ambos representados por osciladores armónicos en un caso, y ambos osciladores invertidos en el otro. Por supuesto, y como en los otros dos casos mencionados con anterioridad, el subsistema B está a la vez acoplado al entorno \mathcal{E} , formando un entorno compuesto en todos los casos. Resumiendo, este capítulo contará con cuatro casos para analizar. En todos ellos, estudiaremos la dinámica del subsistema A , inducida por la presencia del entorno compuesto o “efectivo”. Veremos que, todos los casos estudiados tienen distintas escalas de pérdida de coherencia asociadas, las cuales dependen no sólo de los parámetros del entorno \mathcal{E} (como su temperatura por ejemplo), sino además, de los parámetros del subsistema B . En todos los casos, la pérdida de coherencia es mayor cuando A es un grado de libertad inestable. En trabajos previos, un sistema compuesto diferente ha sido analizado. Por ejemplo, en [71], el subsistema A está representado por un sistema de dos niveles, el cual está acoplado bilinealmente a un oscilador armónico (subsistema B), el cual a su vez está acoplado a un entorno óhmico modelado por infinitos osciladores armónicos. Los autores han mostrado que B pierde coherencia más rápidamente que A . Este sistema de dos niveles también fue estudiado en [72], un trabajo en el cual buscaban encontrar la solución exacta para la matriz densidad reducida del sistema compuesto AB . Sin embargo, a pesar de que el sistema compuesto presentado en este capítulo pueda resultar muy similar a aquel de los trabajos citados [71] y [72], nuestro modelo tiene una dinámica completamente diferente y merece ser estudiado de forma completa y separada.

4.1 El modelo

4.1.1 Formulaci3n general

En adelante, consideraremos el sistema cuántico $AB\mathcal{E}$ formado de tres subsistemas inter-actuantes: un subsistema A acoplado a un subsistema B , el cual a la vez est1 en directa interacci3n con un entorno \mathcal{E} . La acci3n cl1sica total de $AB\mathcal{E}$ es:

$$S[x, q, Q] = S_A[x] + S_B[q] + S_{\mathcal{E}}[Q] + S_{AB}^{\text{int}}[x, q] + S_{B\mathcal{E}}^{\text{int}}[q, Q]. \quad (4.1)$$

Siguiendo el ejemplo del MBC, el entorno se modela con un conjunto de N osciladores independientes de frecuencias $\tilde{\omega}_n$, masas m_n y coordenadas y momentos conjugados $(\hat{Q}, \hat{P}) = (\hat{Q}_1, \dots, \hat{Q}_N, \hat{P}_1, \dots, \hat{P}_N)$, de forma tal que la acci3n cl1sica del mismo es

$$S_{\mathcal{E}}[Q] = \int_0^t ds \sum_n \frac{m_n}{2} (\dot{Q}_n^2 - \tilde{\omega}_n^2 Q_n^2). \quad (4.2)$$

El subsistema B consiste de un único oscilador (ya sea ármonico o invertido, dependiendo del caso en cuesti3n) con masa M_B , frecuencia Ω y operador de posici3n \hat{q} ,

$$S_B(x) = \int_0^t ds \frac{M_B}{2} (\dot{q}^2 \pm \Omega^2 q^2). \quad (4.3)$$

La interacci3n entre el subsistema B y el entorno es considerada como bilineal y se modela segùn:

$$S_{B\mathcal{E}}^{\text{int}} = \int_0^t ds \sum_n c_n q(s) Q_n(s), \quad (4.4)$$

donde c_n es la constante de acoplamiento con el oscilador enésimo. El entorno est1 caracterizado por la densidad espectral $I_{\mathcal{E}} \equiv \pi \sum_n \frac{c_n^2}{2m_n \tilde{\omega}_n} \delta(\tilde{\omega} - \tilde{\omega}_n)$. Asumiremos que el entorno es óhmico, aunque las generalizaciones son directas. De esta manera, la densidad espectral se simplifica $I_{\mathcal{E}}(\omega) = 2M\gamma_0 \tilde{\omega} e^{-\frac{\tilde{\omega}^2}{\Lambda^2}}$, donde Λ es una frecuencia física de corte, relacionada a la máxima frecuencia presente en el entorno. Por último, consideraremos al subsistema A formado por un oscilador (ya sea, armónico o invertido), con operador de posici3n \hat{x} , cuya acci3n cl1sica es

$$S_A[x] = \int_0^t ds \frac{M_A}{2} (\dot{x}^2 \pm \omega^2 x^2). \quad (4.5)$$

Supondremos, adem1s, que el subsistema A est1 acoplado bilinealmente al subsistema B a trav1s del siguiente t1rmino

$$S_{AB}^{\text{int}} = -\lambda \int_0^t ds x(s) q(s). \quad (4.6)$$

Las propiedades dinámicas de interés pueden ser leídas de la matriz densidad reducida del sistema A a un tiempo dado t . La matriz densidad total se escribe de forma integral en función del propagador (tomando $t_0 = 0$)

$$\hat{K}(x, q, Q; t|x_0, q_0, Q_0; 0) \equiv \hat{K}(t|0) = \langle xqQ | \exp(-i\hat{H}t/\hbar) | x_0q_0Q_0 \rangle.$$

De esta forma,

$$\hat{\rho}(x, q, Q, x', q', Q') = \int dx_0 dx_0' dq_0 dq_0' dQ_0 dQ_0' \hat{K}(t|0) \hat{\rho}(0) \hat{K}^*(t|0). \quad (4.7)$$

En primer lugar, nos ocuparemos de la dinámica del sistema compuesto AB bajo la influencia del entorno \mathcal{E} , para, más tarde, estudiar únicamente la dinámica de A debida al entorno efectivo. Por lo tanto, el objeto de estudio primero es la matriz densidad reducida $\hat{\rho}_r$, que se obtiene integrando los grados de libertad irrelevantes del entorno \mathcal{E} . Esta reducción de grados de libertad es correcta si el tiempo característico del entorno (esencialmente del orden de $\sim 1/\Lambda$) es mucho menor que aquellos correspondientes al subsistema A y al subsistema B . Como es usual en estos problemas, supondremos que la condición inicial del sistema compuesto AB y del entorno \mathcal{E} es factorizable, es decir,

$$\hat{\rho}(x_0, x_0', q_0, q_0', Q_0, Q_0'; 0) = \hat{\rho}_{AB}(x_0, x_0', q_0, q_0'; 0) \hat{\rho}_{\mathcal{E}}(Q_0, Q_0'; 0), \quad (4.8)$$

y, además, que el baño está inicialmente en equilibrio térmico a temperatura T .

De esta forma, escribimos la forma integral de la matriz densidad reducida a un tiempo dado t como

$$\hat{\rho}_r(x, x', q, q', t) = \int dx_0 dx_0' dq_0 dq_0' \hat{J}_r(x, x', q, q'; t|x_0, x_0', q_0, q_0'; 0) \hat{\rho}_{AB}(x_0, x_0', q_0, q_0'; 0), \quad (4.9)$$

donde el operador de evolución reducido \hat{J}_r es

$$\begin{aligned} \hat{J}_r(x, x', q, q'; t|x_0, x_0', q_0, q_0'; 0) &= \int dQ_0 dQ_0' \hat{K}(x, q, Q; t|x_0, q_0, Q_0; 0) \rho_{\mathcal{E}}(Q_0, Q_0', 0) \\ &\times \hat{K}^*(x', q', Q'; t|x_0', q_0', Q_0'; 0). \end{aligned} \quad (4.10)$$

4.1.2 Método de la funcional de influencia

La formulación de la matriz densidad reducida en términos de la funcional de influencia ha sido largamente discutida en la Literatura [4, 6, 7]. En la Sección 1.3.1, hemos utilizado el método de la funcional de Feynman y Vernon en el marco del movimiento Browniano cuántico. En esta sección, aplicaremos el mismo método funcional al sistema cuántico compuesto AB , formado por dos osciladores, ya sean armónicos o invertidos. En el caso

más general, el operador de evolución \hat{J} para la matriz densidad $\hat{\rho}$ es $\hat{\rho}(t) = \hat{J}(t, 0)\hat{\rho}(0)$, donde

$$\begin{aligned} \hat{J}(x_f, q_f, Q_f, x'_f, q'_f, Q'_f | x_0, q_0, Q_0, x'_0, q'_0, Q'_0) &= \int_{x_0}^{x_f} \mathcal{D}x \int_{q_0}^{q_f} \mathcal{D}q \int_{Q_0}^{Q_f} \mathcal{D}Q e^{\frac{i}{\hbar} S(x, q, Q)} \\ &\times \int_{x'_0}^{x'_f} \mathcal{D}x' \int_{q'_0}^{q'_f} \mathcal{D}q' \int_{Q'_0}^{Q'_f} \mathcal{D}Q' e^{-\frac{i}{\hbar} S(x', q', Q')}. \end{aligned}$$

Las integrales de camino son sobre todas las posibles historias compatibles con las condiciones de contorno. Como ya se mencionó, nuestro interés primario es el efecto del baño térmico en el sistema compuesto AB , definido por

$$\rho_r(x, x', q, q') = \int_{-\infty}^{+\infty} dQ \int_{-\infty}^{+\infty} dQ' \rho(x, q, Q | x', q', Q') \delta(Q - Q'), \quad (4.11)$$

y el operador de evolución en el tiempo está dado por el operador de evolución reducido \hat{J}_r

$$\rho_r(x, x', q, q'; t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dx_0 dx'_0 dq_0 dq'_0 J_r(t|0) \rho_{AB}(x_0, x'_0, q_0, q'_0; 0), \quad (4.12)$$

donde escribimos $J_r(t|0) = J_r(x_f, x'_f, q_f, q'_f; t | x_0, x'_0, q_0, q'_0; 0)$ para simplificar la notación. Suponiendo condiciones iniciales separables, el propagador reducido queda

$$\begin{aligned} J_r(x_f, x'_f, q_f, q'_f; t | x_0, x'_0, q_0, q'_0; 0) &= \int_{x_0}^{x_f} \mathcal{D}x \int_{x'_0}^{x'_f} \mathcal{D}x' \int_{q_0}^{q_f} \mathcal{D}q \int_{q'_0}^{q'_f} \mathcal{D}q' e^{\frac{i}{\hbar} (S_A(x) - S_A(x'))} \\ &\times e^{\frac{i}{\hbar} (S_B(q) - S_B(q'))} e^{\frac{i}{\hbar} (S_{AB}(x, q) - S_{AB}(x', q'))} F^{(AB)}(x, x', q, q'), \end{aligned}$$

donde $F^{(AB)}(x, x', q, q')$ es la funcional de influencia de Feynman-Vernon [4] (para el sistema compuesto) definida por

$$\begin{aligned} F^{(AB)}(x, x', q, q') &= \int_{-\infty}^{+\infty} dQ_f \int_{-\infty}^{+\infty} dQ_0 \int_{-\infty}^{+\infty} dQ'_0 \int_{Q_0}^{Q_f} \mathcal{D}Q \int_{Q'_0}^{Q'_f} \mathcal{D}Q' \\ &\times e^{\frac{i}{\hbar} (S_{\mathcal{E}}(Q) + S_{B\mathcal{E}}(q, Q) - S_{\mathcal{E}}(Q') - S_{B\mathcal{E}}(q', Q'))} \rho_{\mathcal{E}}(Q_0, Q'_0) \\ &\equiv e^{\frac{i}{\hbar} \delta A^{(AB)}(x, x', q, q')}, \end{aligned} \quad (4.13)$$

donde $\delta A^{(AB)}(x, x', q, q')$ es la acción de influencia del sistema compuesto AB . Por lo tanto, se puede definir $A^{(AB)}(x, x', q, q')$ como la acción efectiva de granulado grueso: $A^{(AB)} = S_A(x) - S_A(x') + S_B(q) - S_B(q') + S_{AB}(x, q) - S_{AB}(x', q') + \delta A^{(AB)}(x, x', q, q')$. Es importante destacar que en nuestro modelo, el subsistema A no está acoplado directamente al entorno \mathcal{E} . Consecuentemente, la funcional de influencia es la misma que para un baño de osciladores armónicos [7] (y es únicamente función de q y q')

$$\delta A^{(AB)}(q, q') = -2 \int_0^t ds \int_0^s ds' \Delta q(s) \eta(s-s') \Sigma q(s') + i \int_0^t ds \int_0^s ds' \Delta q(s) \nu(s-s') \Delta q(s') \quad (4.14)$$

con

$$\Delta q(s) = q(s) - q'(s) ; \Sigma q(s) = \frac{1}{2}(q(s) + q'(s)). \quad (4.15)$$

Los núcleos η and ν , son los correspondientes a la disipación y el ruido, respectivamente y, fueron definidos en las Ecs.(1.29) y (1.30) del Capítulo 1. Como hemos visto, en el límite de temperatura alta, estos núcleos adoptan una forma más sencilla, siendo $\nu \sim 2M\gamma_0 k_B T \delta(s)/\hbar$ y $\eta \sim M\gamma_0 \dot{\delta}(s)$ [7, 50]. Como nosotros trabajaremos en el límite subamortiguado y de temperatura alta¹, podemos usar estas expresiones para los núcleos. Por lo tanto, si evaluamos la expresión de $\delta A^{(AB)}(q, q')$, obtenemos

$$\delta A^{(AB)}(q, q') \simeq -2M_B\gamma_0 \int_0^t ds \Delta q(s) \dot{\Sigma} q(s) + i \frac{2M_B\gamma_0 k_B T}{\hbar} \int_0^t (\Delta q(s))^2 ds. \quad (4.16)$$

Después de integrar los grados de libertad del baño térmico, podemos escribir la funcional de influencia $F^{(AB)}(q, q')$ en el límite de temperatura alta como

$$F^{(AB)}(q, q') = e^{-\frac{i2M_B\gamma_0}{\hbar} \int_0^t ds \Delta q(s) \dot{\Sigma} q(s)} e^{-\frac{2M_B\gamma_0 k_B T}{\hbar^2} \int_0^t (\Delta q(s))^2 ds}, \quad (4.17)$$

y obtener, luego, la matriz densidad reducida,

$$\begin{aligned} \rho_r(x, x', q, q') &= \int_{-\infty}^{\infty} dx_0 dx_0' \int_{-\infty}^{\infty} dq_0 dq_0' \int_{-\infty}^{\infty} dq_f dq_f' \int_{q_0}^{q_f} \mathcal{D}q \int_{q_0'}^{q_f'} \mathcal{D}q' e^{\frac{i}{\hbar}(S_B(q) - S_B(q'))} \\ &\times \int_{x_0}^{x_f} \mathcal{D}x \int_{x_0'}^{x_f'} \mathcal{D}x' e^{\frac{i}{\hbar}(S_A(x) - S_A(x'))} e^{\frac{i}{\hbar}(S_{AB}(x, q) - S_{AB}(x', q') + \delta A^{(AB)}(q, q'))}. \end{aligned} \quad (4.18)$$

A esta altura, ya tenemos toda la información necesaria para estimar el efecto inducido por la presencia del baño en el sistema compuesto AB . Sin embargo, si buscamos conocer cómo es la pérdida de coherencia en el subsistema A , debemos trazar sobre los grados libertad del nuevo entorno. Si miramos las expresiones obtenidas hasta el momento, veremos que podemos pensar al problema como un subsistema A acoplado a un subsistema B a través de alguna interacción “efectiva” $S_{\text{eff}}^{\text{int}}(x, q, x', q')$ definida como

$$\begin{aligned} S_{\text{eff}}^{\text{int}}(x, q, x', q') &= S_{AB}(x, q) - S_{AB}(x', q') - 2M_B\gamma_0 \int_0^t ds \Delta q(s) \dot{\Sigma} q(s) \\ &+ i \frac{2M_B\gamma_0 k_B T}{\hbar} \int_0^t ds (\Delta q(s))^2. \end{aligned} \quad (4.19)$$

4.1.3 La funcional de influencia aplicada al subsistema A

Si queremos analizar el efecto producido en el subsistema A debido a la interacción con el subsistema B y el entorno \mathcal{E} (a través de B), debemos buscar la matriz densidad reducida

¹Es decir, $\gamma_0 \ll \Omega$ y $\hbar\omega \ll k_B T$, pero sin restricciones en $\gamma_0 k_B T$.

para el subsistema A únicamente. Esto es, debemos calcular

$$\rho_r^{(A)}(x, x') = \int_{-\infty}^{\infty} dq \int_{-\infty}^{\infty} dq' \rho(x, q|x', q') \delta(q - q'),$$

la cual es propagada en el tiempo por el operador evolución reducido $\hat{\mathcal{J}}_r^{(A)}(x, x')$

$$\rho_r^{(A)}(x, x'; t) = \int_{-\infty}^{\infty} dx_0 \int_{-\infty}^{\infty} dx_0' \mathcal{J}_r^{(A)}(x, x'; t|x_0, x_0'; 0) \rho_r(x_0, x_0'; 0). \quad (4.20)$$

Por simplicidad, asumiremos que a tiempo $t = 0$, el subsistema A y el nuevo entorno “efectivo” no están correlacionados, esto es $\hat{\rho}_{AB}(t = 0) = \hat{\rho}_A(t = 0) \otimes \hat{\rho}_B(t = 0)$. Asumiremos también que inicialmente el subsistema B es un paquete gaussiano de la forma $e^{-(q_0 - q_0')^2/2\sigma}$. Esta elección resulta conveniente ya que este tipo de estados forma un set cerrado al evolucionar linealmente [68, 67]. De esta forma, el operador evolución no depende del estado inicial y puede ser escrito, como en [7],

$$\begin{aligned} \mathcal{J}_r(x_f, x_f'; t|x_0, x_0'; 0)_{(A)} &= \int_{x_0}^{x_f} \mathcal{D}x \int_{x_0'}^{x_f'} \mathcal{D}x' e^{\frac{i}{\hbar}(S_A(x) - S_A(x'))} \mathcal{F}^{(A)}(x, x') \\ &\equiv \int_{x_0}^{x_f} \mathcal{D}x \int_{x_0'}^{x_f'} \mathcal{D}x' \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \mathcal{A}^{(A)}(x, x') \right\}, \end{aligned} \quad (4.21)$$

donde hemos definido $\mathcal{F}^{(A)}(x, x') = e^{\frac{i}{\hbar} \delta \mathcal{A}^{(A)}(x, x')}$ y $\mathcal{A}^{(A)}(x, x') = S_A(x) - S_A(x') + \delta \mathcal{A}^{(A)}(x, x')$ como la funcional de influencia y la acción de influencia para el subsistema A , respectivamente. Para evaluar $\delta \mathcal{A}^{(A)}(x, x')$, debemos realizar las siguientes integrales,

$$\delta \mathcal{A}^{(A)}(x, x') = \int_{-\infty}^{\infty} dq_0 \int_{-\infty}^{\infty} dq_0' \int_{-\infty}^{\infty} dq_f \int_{q_0}^{q_f} \mathcal{D}q \int_{q_0'}^{q_f'} \mathcal{D}q' e^{\frac{i}{\hbar}(S_B(q) - S_B(q'))} e^{\frac{i}{\hbar} S_{\text{eff}}^{\text{int}}(x, q, x', q')}. \quad (4.22)$$

Las integrales funcionales pueden ser calculadas después de resolver la ecuación clásica de movimiento para el subsistema B , dada por

$$\ddot{q}(s) \pm \Omega^2 q(s) = \frac{\lambda}{M_B} x(s). \quad (4.23)$$

En esta última expresión, hemos despreciado el término relacionado con la disipación que surge a raíz de la presencia del entorno \mathcal{E} . Esta suposición es válida ya que estamos trabajando en el régimen subamortiguado ($\gamma_0 \ll 1$).

A esta altura, debemos remarcar nuevamente que nuestro objetivo es estudiar todas las posibles combinaciones de subsistema A y B . En algunos casos, el subsistema B será un oscilador armónico (signo positivo en Ec.(4.23)) y en otros casos, será un oscilador invertido (signo menos en la Ec.(4.23)). Por lo pronto, nosotros escribiremos explícitamente la solución para un sólo caso, ya que es posible obtener las demás soluciones realizando la

correspondiente modificación (Ω por $i\Omega$) en la solución que obtendremos. De todos modos, los detalles del resto de los casos se inducirán brevemente.

En adelante, entonces, supondremos que el subsistema B es un oscilador invertido que obedece la siguiente ecuación de movimiento $\ddot{q}(s) - \Omega^2 q(s) = \frac{\lambda}{M_B} x(s)$. El subsistema A será un oscilador armónico y este caso será denominado el caso (a). Para encontrar la solución a dicha ecuación, debemos imponer condiciones iniciales y finales, como por ejemplo, $q(s=0) = q_0$ y $q(s=t) = q_f$. En ese caso, la solución es

$$\begin{aligned} q_{cl}(s) = & q_0 \frac{\sinh(\Omega(t-s))}{\sinh(\Omega t)} + q_f \frac{\sinh(\Omega s)}{\sinh(\Omega t)} - \left(\frac{\lambda}{M_B \Omega} \right) \frac{\sinh(\Omega s)}{\sinh(\Omega t)} \int_0^t x(u) \sinh(\Omega(s-u)) du \\ & + \left(\frac{\lambda}{M_B \Omega} \right) \int_0^s x(u) \sinh(\Omega(s-u)) du. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Una vez conocida la solución clásica para el oscilador invertido, se puede escribir, de manera explícita, la acción de influencia a partir de la integración de los grados de libertad del entorno \mathcal{E} (Ec.(4.16)) y, por ende, el término de la acción de interacción efectiva Ec.(4.19). En particular, podemos despreciar nuevamente el término de disipación², pero, esta vez, aquel correspondiente a la acción de influencia del sistema compuesto AB , $\delta A^{(AB)}(q, q')$, ya que el coeficiente de disipación γ_0 es básicamente el cuadrado de la constante de acoplamiento con el entorno $\gamma_0 \sim c_n^2$, obteniendo la siguiente expresión para la acción de influencia

$$\delta A^{(AB)}(q, q') = i2M_B \gamma_0 K T \int_0^t ds (\Delta q(s))^2. \quad (4.25)$$

En esta última expresión, haciendo un poco de algebra a partir de la solución clásica $q_{cl}(s)$, $\Delta q(s)$ está definido según

$$\Delta q_{cl}(s) = (q_0 - q_0')^2 \left(\frac{\sinh(\Omega(t-s))}{\sinh(\Omega t)} \right)^2 + 2(q_0 - q_0') \frac{\sinh(\Omega(t-s))}{\sinh(\Omega t)} g(s, t) + g(s, t)^2, \quad (4.26)$$

con

$$g(s, t) = \frac{\lambda}{M_B \Omega} \left(- \int_0^s du \Delta x(u) \sinh(\Omega(s-u)) + \frac{\sinh(\Omega s)}{\sinh(\Omega t)} \int_0^t du \Delta x(u) \sinh(\Omega(t-u)) \right)$$

y $\Delta x(u) = x(u) - x'(u)$. Como el último término en la expresión de $\Delta q_{cl}(s)$ no depende de las condiciones iniciales, será transparente a las integrales de la acción de influencia del subsistema A , $\delta \mathcal{A}^{(A)}(x, x')$ de la Ec.(4.22). Juntando estas expresiones y la condición inicial para el subsistema B , podemos escribir la expresión para la funcional de influencia

²Es decir, nos quedamos a orden γ_0 .

del subsistema A como

$$\begin{aligned}\mathcal{F}^{(A)}(x, x') &= \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \delta \mathcal{A}^{(A)}(x, x') \right\} \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} dq_f \int_{-\infty}^{+\infty} dq_0 \int_{-\infty}^{+\infty} dq'_f \int_{q_0}^{q_f} \mathcal{D}q \int_{q'_0}^{q'_f} \mathcal{D}q' e^{\frac{i}{\hbar} \delta A^{(AB)}(q_{cl}, q_{cl}')} \rho_r^B(q_0, q'_0) \\ &\times e^{\frac{i}{\hbar} (S_B(q_{cl}) + S_{AB}(x, q_{cl}) - S_B(q'_{cl}) - S_{AB}(x', q'_{cl}))}.\end{aligned}\quad (4.27)$$

Estas integrales pueden ser fácilmente realizadas (en el límite que el sistema compuesto AB está debilmente acoplado) y dan como resultado

$$\delta \mathcal{A}^{(A)}(x, x') = 2 \int_0^t ds_1 \int_0^{s_1} ds_2 y(s_1) \tilde{\eta}(s_1 - s_2) r(s_2) + i \int_0^t ds_1 \int_0^{s_1} ds_2 y(s_1) \tilde{\nu}(s_1 - s_2) y(s_2), \quad (4.28)$$

con $y(s) = x(s) - x'(s)$ y $r(s) = (x(s) + x'(s))/2$. Las cantidades $\tilde{\eta}$ y $\tilde{\nu}$ son los nuevos núcleos de disipación y ruido, respectivamente, dados por

$$\begin{aligned}\tilde{\eta}(s_1 - s_2) &= \left(\frac{\lambda^2}{2M_B \Omega} \right) \sinh(\Omega(s_1 - s_2)), \\ \tilde{\nu}(s_1 - s_2) &= \left(\frac{\lambda^2 \sigma}{32\hbar} \right) \cosh(\Omega(s_1 - s_2)).\end{aligned}\quad (4.29)$$

Para evaluar esta nueva funcional de influencia, usaremos el método de “fase estacionaria”. Las integrales están dominadas por la solución clásica de la ecuación de movimiento del oscilador libre (subsistema A) [71]: $\ddot{x}(s) + \omega^2 x(s) = 0$. Imponiendo, nuevamente, condiciones iniciales y finales $x(s=0) = x_0$ y $x(s=t) = x_f$, es posible obtener la siguiente solución clásica

$$x_{cl}(s) = x_0 \frac{\sin(\omega(t-s))}{\sin(\omega t)} + x_f \frac{\sin(\omega s)}{\sin(\omega t)}. \quad (4.30)$$

En este caso, el operador de evolución reducido para el subsistema A resulta

$$\mathcal{J}_r^{(A)}(x_f, x_f'; t | x_0, x_0'; 0) = e^{\frac{i}{\hbar} (S_A(x_{cl}) - S_A(x'_{cl}))} e^{-g^2(s,t)} e^{\frac{i}{\hbar} \delta \mathcal{A}^{(A)}(x, x')} \equiv e^{\frac{i}{\hbar} U(t)} e^{-D(t)}. \quad (4.31)$$

con U y D , relacionados con la evolución unitaria y el proceso de pérdida de coherencia, respectivamente, definidos según

$$U = (x_0 - x_0') \frac{\sin(\omega(t-s))}{\sin(\omega t)} + (x_f - x_f') \frac{\sin(\omega s)}{\sin(\omega t)} - 2\gamma_0 \int_0^t ds_1 \int_0^{s_1} ds_2 y(s_1) \tilde{\eta}(s_1 - s_2) r(s_2), \quad (4.32)$$

y

$$D = \frac{2\gamma_0 k_B T}{\hbar \Omega^2} \lambda^2 \int_0^t ds (\Delta q_{cl}(s))^2 + \frac{\lambda^2 \sigma}{32\hbar} \int_0^t ds_1 \int_0^{s_1} ds_2 y(s_1) \tilde{\nu}(s_1 - s_2) y(s_2). \quad (4.33)$$

A partir de esta última ecuación, podemos notar dos contribuciones diferentes al coeficiente de difusión. La primera, proporcional a la temperatura del entorno \mathcal{E} , derivada del acoplamiento del subsistema B al baño térmico. La segunda, proporcional a λ^2 , es la acción del subsistema B sobre el subsistema A . A pesar de que estamos trabajando en el régimen subamortiguado, es válido recalcar que ambas contribuciones pueden ser del mismo orden. Por lo tanto, tendremos en cuenta ambos términos a la hora de estudiar los efectos de pérdida de coherencia en el subsistema A .

4.2 Coeficiente de difusión de la ecuación maestra

En esta sección, nos dedicaremos a obtener el coeficiente de difusión de la ecuación maestra, el cual nos dará una medida cuantitativa de la pérdida de coherencia que sufre el subsistema A en todos los casos analizados. Una forma muy común de analizar la pérdida de coherencia es examinando cómo evolucionan los elementos fuera de la diagonal de la matriz densidad reducida de acuerdo con la ecuación maestra. Utilizando las mismas técnicas que se usan en el MBC [7] para obtener la ecuación maestra, podemos calcular la derivada temporal del propagador \mathcal{J}_r , y eliminar la dependencia de las condiciones iniciales x_0, x_0' que aparecen tras utilizar la solución clásica $x_{cl}(s)$. Este procedimiento es relativamente fácil si se usa la propiedad de la solución [44]:

$$\Delta_0 J_r^{(A)}(t, 0) = \left[\cos(\omega(t-s)) \Delta_f + \frac{\sin(\omega(t-s))}{\omega} i\hbar \frac{\partial}{\partial \Sigma_f} \right] J_r^{(A)}(t, 0), \quad (4.34)$$

donde $\Delta_0 = (x_0 - x_0')$, $\Delta_f = (x_f - x_f')$ y $\Sigma_f = (x_f + x_f')$.

La ecuación maestra es muy complicada en este caso y, como en el MBC, depende del acoplamiento del subsistema y el entorno. En este caso particular, además depende del acoplamiento entre los subsistemas A y B , es decir λ . Como nosotros estamos interesados en estudiar sólo el proceso de pérdida de coherencia en A , sólo nos concentraremos en calcular la corrección a la evolución unitaria que se induce del núcleo de ruido únicamente (es decir, de la parte imaginaria de la acción de influencia). El resultado obtenido será

proporcional a

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}_r(x_f, x'_f; t) &\sim -i[H_{\text{ren}}, \rho_r] - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{2\gamma_0 k_B T}{\hbar} \frac{\lambda^2}{\Omega^2} \int_0^t ds g(s)^2 \right. \\
&\quad \left. - \int_0^t \int_0^s ds ds' \Delta x_{\text{cl}}(s) \tilde{\nu}(s, s') \Delta x_{\text{cl}}(s') \right) \rho_r + \dots \\
&= -i[H_{\text{ren}}, \rho_r] - \left(\frac{2\gamma_0 K T}{\hbar} \frac{\lambda^2}{\Omega^2} \int_0^t 2\dot{g}(s)g(s)ds \right. \\
&\quad \left. + \frac{\lambda^2 \sigma}{32\hbar} (x_f - x'_f) \int_0^t ds \cosh(\Omega(t-s)) \Delta x_{\text{cl}}(s) \right) \rho_r \\
&\quad + \dots,
\end{aligned}$$

donde los puntos suspensivos indican términos que no contribuyen a la difusión. Esta expresión resulta equivalente a escribir

$$\dot{\rho}_r \approx -i[H_{\text{ren}}, \rho_r] - (x_f - x'_f)^2 \mathcal{D}(t) \rho_r, \quad (4.35)$$

con $\mathcal{D}(t)$ el coeficiente de difusión que aparece en la ecuación maestra Ec.(2.3). De esta forma, el efecto de la difusión puede ser estudiado a partir de la solución aproximada para la matriz densidad reducida (solución de la ecuación maestra)

$$\rho_r(x_f, x'_f; t) \approx \rho_r^u(x_f, x'_f; t) e^{-(x_f - x'_f)^2 \int_0^t \mathcal{D}(s) ds}, \quad (4.36)$$

donde ρ_r^u es la solución de la parte unitaria de la ecuación maestra, es decir, la evolución sin tener en cuenta el entorno (sistema cerrado).

En el resto de la sección, mostraremos el resultado exacto del coeficiente de difusión para cada uno de los casos estudiados, a saber:

- **Caso (a): Oscilador armónico + Oscilador invertido + \mathcal{E} .** Este es el ejemplo que hemos desarrollado hasta ahora, donde el subsistema A está representado por un oscilador armónico y el B por un oscilador invertido. El coeficiente de difusión para este caso es \mathcal{D}_a , obtenido a partir del desarrollo anterior

$$\begin{aligned}
\mathcal{D}_a &= \frac{\Omega^2}{(\omega^2 + \Omega^2)^2} \left\{ \frac{2\gamma_0 k_B T}{\hbar \Omega^2} \lambda^2 \int_0^t ds \left[\frac{\sinh(\Omega s)}{\sinh(\Omega t)} (\cosh(\Omega t) \cos(\omega t) - 1) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \cosh(\Omega s) \cos(\omega t) + \cos(\omega(t-s)) \right] \right. \\
&\quad \times \left[\Omega \left(\frac{\sinh(\Omega s)}{\sinh(\Omega t)^2} \cosh(\Omega t) (1 - \cosh(\Omega t) \cos(\omega t)) + \sinh(\Omega s) \cosh(\omega t) \right) \right. \\
&\quad \left. + \omega \left(-\frac{\sinh(\Omega s)}{\sinh(\Omega t)} \sin(\omega t) \cosh(\Omega t) - \sin(\omega(t-s)) + \sin(\omega t) \cosh(\Omega s) \right) \right] \\
&\quad \left. + \frac{\lambda^2 \sigma}{32\hbar} \int_0^t ds \cosh(\Omega(t-s)) \cos(\omega(t-s)) \right\}. \quad (4.37)
\end{aligned}$$

Este caso es una generalización del modelo de juguete utilizado en la Ref.[67], donde los autores no consideran la interacción entre el subsistema B y el baño térmico. Es fácil obtener los resultados de la Ref.[67] a partir de los nuestros al poner $\gamma_0 = 0$. En los resultados numéricos a continuación, representaremos a una partícula Browniana que pierde coherencia debido a un entorno compuesto con un grado de libertad inestable.

- **Caso (b): Oscilador invertido + Oscilador armónico + \mathcal{E} .** En este caso, el subsistema A está representado por un oscilador invertido que obedece la ecuación de movimiento clásica $\ddot{x}(s) - \omega^2 x(s) = 0$ y el subsistema B , por un oscilador armónico que cumple con $\ddot{q}(s) + \Omega^2 q(s) = \frac{\lambda}{m_B} x(s)$. En particular, este modelo sencillo sirve para estudiar el proceso de pérdida de coherencia en sistemas caóticos debido a entornos completamente armónicos [10, 68, 73]. Resulta muy directo obtener el coeficiente de difusión en este caso, realizando las sustituciones $\omega \rightarrow i\omega$ y $\Omega \rightarrow i\Omega$ en el caso anterior. El coeficiente de difusión es

$$\begin{aligned}
\mathcal{D}_b = & \frac{\Omega^2}{(\omega^2 + \Omega^2)^2} \left\{ \frac{2\gamma_0 k_B T}{\hbar \Omega^2} \lambda^2 \int_0^t ds \left[\frac{\sin(\Omega s)}{\sin(\Omega t)} (\cos(\Omega t) \cosh(\omega t) - 1) \right. \right. \\
& - \left. \cos(\Omega s) \cosh(\omega t) + \cosh(\omega(t-s)) \right] \\
& \times \left[\Omega \left(\frac{\sin(\Omega s)}{\sin(\Omega t)^2} \cos(\Omega t) (1 - \cos(\Omega t) \cosh(\omega t)) + \sin(\Omega s) \cos(\omega t) \right) \right. \\
& + \left. \omega \left(-\frac{\sin(\Omega s)}{\sin(\Omega t)} \sinh(\omega t) \cos(\Omega t) - \sinh(\omega(t-s)) + \sinh(\omega t) \cos(\Omega s) \right) \right] \\
& + \left. \frac{\lambda^2 \sigma}{32\hbar} \int_0^t ds \cos(\Omega(t-s)) \cosh(\omega(t-s)) \right\}. \tag{4.38}
\end{aligned}$$

- **Caso (c): Oscilador armónico + Oscilador armónico + \mathcal{E} .** Por completitud, también consideraremos el caso de dos osciladores armónicos acoplados a través del término de interacción de la Ec.(4.6). El procedimiento para obtener el coeficiente de difusión en este caso, es similar al realizado para el caso (a). Para obtener \mathcal{D}_c , hay que reemplazar $\Omega \rightarrow i\Omega$ en \mathcal{D}_a .
- **Caso (d): Oscilador invertido + Oscilador invertido + \mathcal{E} .** Finalmente, consideraremos dos osciladores invertidos acoplados y uno de ellos acoplado también a un baño térmico a alta temperatura. Este coeficiente de difusión será denominado \mathcal{D}_d y es fácil obtenerlo, reemplazando $\Omega \rightarrow i\Omega$ en el coeficiente \mathcal{D}_b . Veremos en nuestros resultados numéricos, que este caso es el más sensible a las perturbaciones (ya que ambos subsistemas son inestables) cuando no hay un entorno externo a ambos subsistemas ($\gamma_0 = 0$).

Una vez conocidos los coeficientes de difusión, podemos estudiar numéricamente sus comportamientos para distintos valores de los parámetros del modelo. Con el fin de elegir situaciones representativas, en la columna izquierda de la Fig.4.1, mostramos el coeficiente de difusión normal cuando las frecuencias naturales de ambos subsistemas, A y B , son iguales ($\omega \approx \Omega$) mientras que, en la columna derecha, cuando la frecuencia de A es considerablemente mayor que la de B ($\omega > \Omega$). Cada situación será considerada, además, en el caso en que los subsistemas están aislados ($\gamma_0 = 0$), y para distintos valores del parámetro libre $\gamma_0 k_B T$. No está demás aclarar que los tiempos analizados están limitados a aquellos donde la aproximación perturbativa es válida.

En la Fig.4.1, podemos notar la diferencia de comportamiento entre los distintos coeficientes de difusión, particularmente, entre el caso en que el subsistema A es estable y cuando no lo es. En particular, el comportamiento exponencial en los casos (b) y (d) se debe, justamente, a que el subsistema A es inestable [10, 68] (es decir, un oscilador invertido). Por el contrario, en los casos (a) y (c), los coeficientes muestran un comportamiento oscilatorio ya que el subsistema A es un oscilador armónico. La diferencia entre el comportamiento oscilatorio y el exponencial de los coeficientes es evidente a tiempos tales que $\omega t \geq 1$. Para tiempos más cortos, todos los coeficientes son, prácticamente, equivalentes. La dinámica del oscilador invertido se hace más evidente cuando $\Omega t \geq 1$ y, los casos (b) y (d), se empiezan a diferenciar entre ellos. Los gráficos en el extremo superior de la Fig.4.1 son una generalización de los resultados obtenidos en la Ref.[67], donde los autores consideran un oscilador acoplado a otro invertido sin entorno adicional (es decir, en nuestro caso $\gamma_0 = 0$). Los gráficos de la fila del medio de dicha figura son para un valor chico de $\gamma_0 k_B T$ (pensándolo como una temperatura “efectiva”) mientras que, los del extremo inferior, son para un valor más grande de dicho parámetro.

En el caso particular de $\gamma_0 = 0$, es fácil ver que \mathcal{D}_d crece más rápido, y de forma exponencial, mientras que los otros coeficientes se mantienen con una amplitud más chica y con una tasa de crecimiento menor. Esto resultará importante para evaluar los tiempos de pérdida de coherencia en la siguiente sección. Las inestabilidades inherentes al subsistema A aumentan exponencialmente la difusión originada debido a la interacción con el baño. Cuando el subsistema B también es inestable, entonces se ve una mayor sensibilidad (exponencial) a las perturbaciones que en cualquier otro caso. Sin embargo, es importante remarcar que es un modelo muy simplificado, ya que ambos osciladores no están acotados por debajo y por lo tanto, para tiempos largos desarrollarán divergencias no físicas [67] (y por eso resulta importante estudiar el modelo sólo dentro de los límites del desarrollo perturbativo). De esta forma, concluimos que para tener una idea más precisa de las conse-

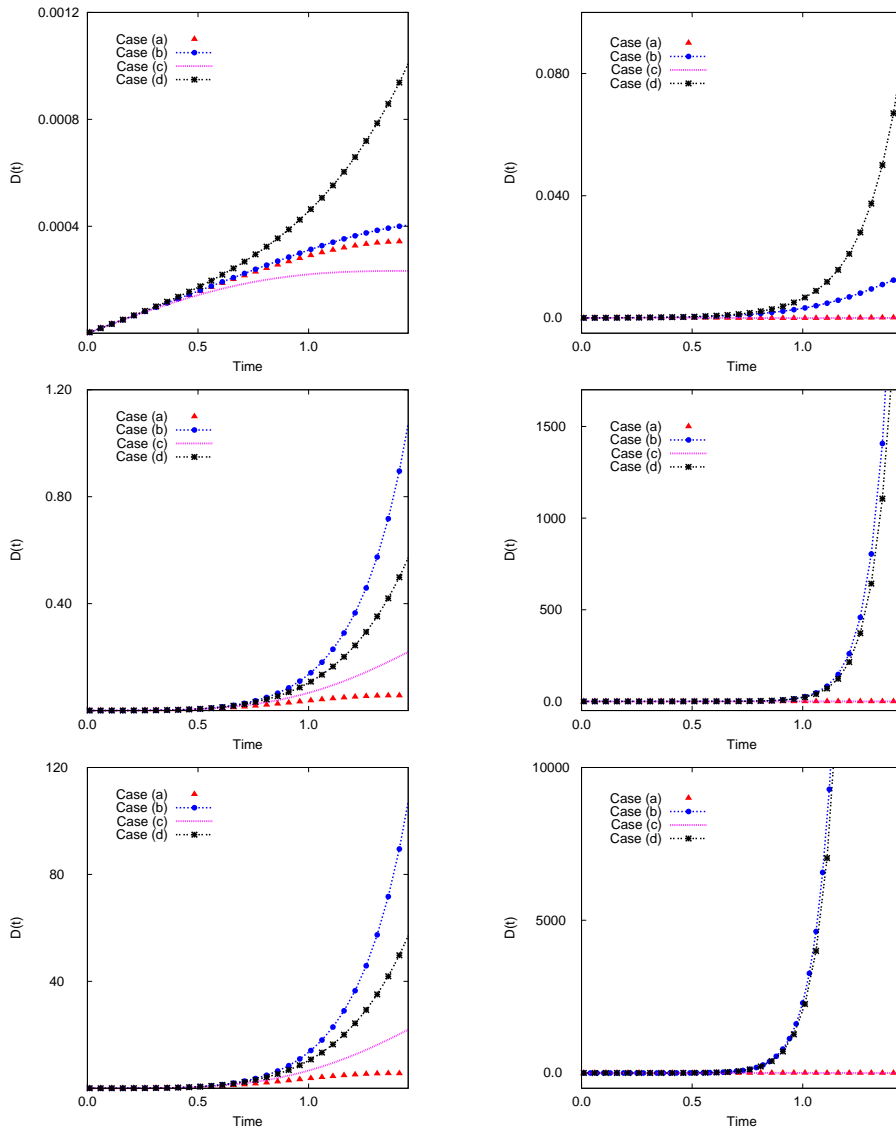


Fig. 4.1: Mostramos la comparación entre los distintos coeficientes de difusión correspondientes a cada caso. Los gráficos que se encuentran en el extremo superior de la figura, corresponden al caso $\gamma_0 = 0$, es decir, los subsistemas A y B están aislados. Los gráficos en la fila del medio corresponden al valor $\gamma_0 k_B T = 1$ y, los del extremo inferior, a $\gamma_0 k_B T = 100$. Los valores de los parámetros utilizados fueron elegidos por conveniencia y son: $\omega = \Omega = 1$ y $\sigma = 0.01$ (en la columna izquierda); y $\omega = 5\Omega$, $\sigma = 0.01$ (en la columna derecha). Los casos (b) y (d) muestran una tasa de crecimiento mayor a tiempos cortos para ambos conjuntos de parámetros.

cuencias físicas de la existencia de grados de libertad inestables en el entorno, no podemos prescindir de la interacción con el resto del Universo, modelado en nuestro trabajo como un número muy grande de osciladores armónicos.

La difusión que sufre el subsistema A es el resultado directo de la interacción de A con B , y de B con el baño térmico \mathcal{E} . El entorno reacciona a la interacción generando disipación y difusión en el subsistema B y A . Tomemos como ejemplos los casos (b) y (d): en ambos casos, el subsistema A es inestable. Por un lado, en el caso (b), como B es un oscilador armónico, el proceso de difusión es más efectivo, ya que gracias a su comportamiento oscilatorio, genera ruido en A periódicamente. Mientras, en el caso (d), B es un oscilador invertido que no está acotado por debajo. Luego, la propagación de sus estados es ilimitada (en la siguiente sección se volverá sobre esto). Parte de la información es entregada al entorno; pero a tiempos largos, la dinámica intrínseca de este subsistema implicará una escasa provisión de difusión al subsistema A y, consecuentemente, menos efectiva. En la próxima sección se estimarán los tiempos de pérdida de coherencia y se dará una explicación más cuantitativa del proceso. Los casos (a) y (c) son substancialmente diferentes ya que el subsistema en cuestión (A) es un oscilador armónico. En estos casos, se puede ver en la Fig.4.1, que la respuesta del entorno efectivo ($B + \mathcal{E}$) es menos efectiva que en los dos casos mencionados antes. Esto se debe fundamentalmente a la estabilidad del subsistema A . En los graficos que están en las filas del medio de la Fig.4.1, mostramos el comportamiento de estos coeficientes cuando la temperatura es “baja”. En este caso, cuando $\gamma_0 k_B T = 1$, podemos ver que \mathcal{D}_b crece apenas más rápido que \mathcal{D}_d , y ambos, mucho más rápido que \mathcal{D}_a y \mathcal{D}_c . Esto puede ser explicado teniendo en cuenta las propiedades dinámicas del entorno compuesto acoplado al sistema como hicimos con anterioridad. El subsistema B no es un buen proveedor de difusión si es inestable. A tiempos largos, es decir $\Omega t > 1$, los estados del oscilador invertido se propagan mucho en el espacio de fases. La información debe ir desde \mathcal{E} hasta A a través de B , lo cual no resulta un proceso efectivo. El comportamiento dinámico del caso (a) debería ser similar al del caso (b). Sin embargo, la diferencia entre ambos coeficientes que se observa en la Fig.4.1, muestra que no lo es. La diferencia entre tener un oscilador invertido en el subsistema A o en el subsistema B resulta crucial para distinguir los comportamientos; la cual se manifiesta claramente en un crecimiento exponencial (o no) del coeficiente de difusión y en los tiempos de pérdida de coherencia que estimaremos en la próxima sección.

Como ya dijimos, en los casos (b) y (d), la propagación del estado inicial en A es exponencialmente sensible a las fluctuaciones que vienen del entorno compuesto ($B + \mathcal{E}$), y éste reacciona inmediatamente ante dicha interacción perdiendo información de manera

más rápida que en cualquier otro caso. La pregunta que podría surgir, ante la evidencia de los gráficos presentados, es por qué \mathcal{D}_b crece más rápido que \mathcal{D}_d , si en este último caso hay grados inestables tanto en el subsistema como en el entorno. La respuesta es que, en el caso (b) la difusión es más efectiva y el sistema tiene mayor pérdida de coherencia porque el subsistema A inestable pierde información debido a un entorno uniforme (no óhmico) compuesto por osciladores armónicos (B más los infinitos del entorno \mathcal{E}). En el caso de temperatura “baja”, la mayor contribución al comportamiento difusivo proviene de la dinámica del sistema $A+B$ únicamente. A tiempos cortos, $\omega t < 1$, los grados de libertad inestables de A dominan el comportamiento temporal, y los casos (b) y (d) se comportan de manera similar. Sin embargo, cuando $\omega t \geq 1$, existe una notable diferencia entre \mathcal{D}_b y \mathcal{D}_d si las frecuencias de ambos subsistemas son del mismo orden (columna izquierda de la Fig. 4.1). Cuando A tiene una frecuencia mayor, entonces es este subsistema el que domina la dinámica y ambos coeficientes, \mathcal{D}_b y \mathcal{D}_d , son prácticamente iguales en una escala temporal más larga (columna derecha de la Fig. 4.1). Cuando la temperatura del baño aumenta, no hay diferencia entre los casos (b) y (d), ya que el término que se deriva del entorno \mathcal{E} (proporcional a la temperatura), domina en el coeficiente de difusión. Para valores altos de $\gamma_0 k_B T$ obtenemos una clara jerarquía entre los comportamientos de los distintos casos (extremo inferior de la Fig. 4.1). De nuevo, se puede observar que los coeficientes de difusión son mayores cuando los grados inestables están en el subsistema A . De esta forma, podemos concluir que la presencia de inestabilidades aumenta la pérdida de coherencia. Este efecto es aún más importante cuando el subsistema inestable A está acoplado a un único grado de libertad caótico (caso (d) en ausencia de baño térmico), o bien, cuando está acoplado a un entorno compuesto, formado por $B + \mathcal{E}$, a muy alta temperatura del baño, como los casos (b) y (d) de la fila inferior de la figura. En la Fig. 4.2, mostramos el coeficiente de difusión para un valor alto de $\gamma_0 k_B T$ para los casos (a) y (c), en los cuales el subsistema A es un oscilador armónico. Esta figura resulta útil para comparar los coeficientes que tienen un comportamiento oscilatorio (que se desarrolla a tiempos más grandes y de amplitudes más chicas) con los otros dos que tienen un comportamiento exponencial en el tiempo.

4.3 Pérdida de coherencia en A

Después de haber integrado los grados de libertad del entorno \mathcal{E} , y, posteriormente, las coordenadas q, q' correspondientes al subsistema B , obtuvimos el coeficiente de difusión responsable del proceso de pérdida de coherencia en el subsistema A . Definiremos nuevamente el factor de pérdida de coherencia, como hemos hecho en otros capítulos de esta

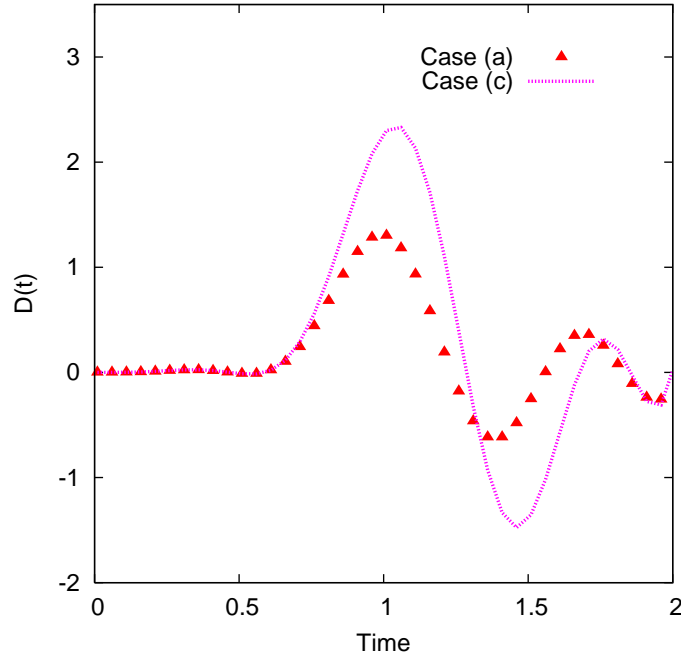


Fig. 4.2: Coeficientes de difusión para los casos (a) y (c) con $\omega = 5\Omega$, $\sigma = 0.01$ y $\gamma_0 k_B T = 100$. Podemos ver la evolución de estos coeficientes en una escala distinta a la de la Figura 4.1.

Tesis,

$$\Gamma(t) = \exp \left\{ - \int_0^t \mathcal{D}(s) ds \right\}. \quad (4.39)$$

Como se deduce de su definición, $\Gamma(t)$ es inicialmente uno ya que no hay interacción entre el subsistema y el entorno. A medida que evoluciona, esta cantidad va disminuyendo hasta hacerse cero en el caso que la pérdida de coherencia sea total (o tiempo infinito). Para analizar este factor, presentaremos los resultados numéricos obtenidos en los mismos casos de la sección anterior y, para los mismos conjuntos de valores de los parámetros del modelo. En la Fig.4.3, mostramos los gráficos para los factores de pérdida de coherencia, en los distintos casos: en la columna izquierda $\omega \approx \Omega$ y en la columna derecha $\omega > \Omega$, en ambos casos para $\gamma_0 = 0$, $\gamma_0 k_B T = 1$ y $\gamma_0 k_B T = 100$. En los gráficos del extremo superior, cuando el sistema $A + B$ está aislado, podemos notar que el tiempo de pérdida de coherencia es más chico para el caso (d) que para el caso (b), y en ambos casos, bastante más rápido que para los casos (a) y (c). Esto se debe fundamentalmente al hecho que el subsistema A , que está únicamente acoplado al subsistema B genera ruido y disipación a grandes escalas. Estos fenómenos son más intensos cuando B es también inestable, es decir, el caso (d) es “dos veces exponencial”. En el caso (a), notamos que el entorno, formado sólo por B ,

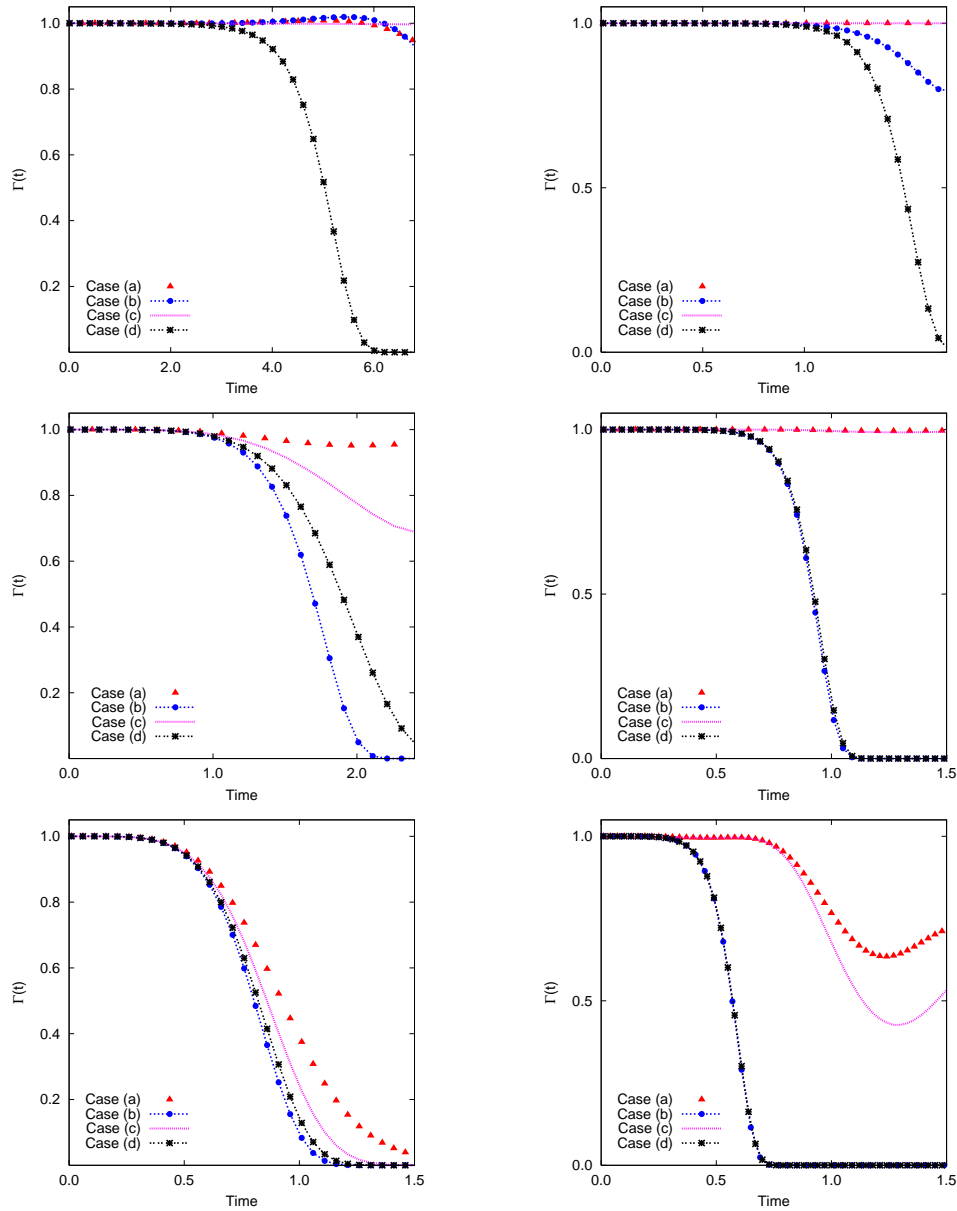


Fig. 4.3: Factores de pérdida de coherencia para los mismos conjuntos de parámetros que en la Figura 4.1. Cuando el sistema compuesto está aislado, la pérdida de coherencia es más importante en el caso (d). Sin embargo, cuando $\gamma_0 \neq 0$, el caso (b) resulta con mayor pérdida de coherencia .

induce cambios menores en el comportamiento oscilatorio de A . El estiramiento de los estados del entorno a lo largo de sus direcciones inestables se refleja en el sistema como difusión. Lo mismo ocurre en el caso (b), con la diferencia única y esencial que el subsistema

que evoluciona a lo largo de su dirección inestable es el A , mientras que el entorno (sólo B) oscila. Como este proceso de estiramiento genera difusión, a mayor extensión mayor difusión en el sistema. Por lo tanto, resulta lógico que el caso (d) sea el mejor ejemplo de este proceso, ya que sus dos grados de libertad son inestables y este modelo resulta, entonces, doblemente difusivo. El caso (c) se muestra por completitud pero la pérdida de coherencia ocurre a escalas temporales más largas ya que, en este caso, no hay grados de libertad inestables.

Tan rápido como la interacción es prendida y el sistema $A + B$ deja de estar aislado, el oscilador B disipa tanto en el baño térmico como en el subsistema A . Esto se puede observar en los gráficos del medio y extremo inferior de la Figura 4.3. A temperaturas muy altas, no hay diferencia entre los casos (d) y (b), ya que ambos pierden coherencia en la misma escala temporal. El baño térmico domina el proceso de difusión. Sin embargo, sí se observan diferencias entre estos dos casos y aquellos donde el subsistema A es un oscilador armónico, o sea casos (a) y (c). En la Figura 4.4 mostramos el comportamiento del factor de pérdida de coherencia para estos dos últimos casos, en una escala temporal más larga donde la pérdida de coherencia se hace importante aunque no total (caso (a)), aún cuando la temperatura del entorno es muy alta.

4.3.1 Estimación del tiempo de pérdida de coherencia

En esta sección, nos dedicaremos a estimar analíticamente los tiempos de pérdida de coherencia. Como ya hemos dicho, estos tiempos indican una escala temporal donde se pueden encontrar rasgos clásicos en la evolución del sistema, como por ejemplo, una función de Wigner definida positiva en el espacio de fases.

Cuando el subsistema A es un oscilador invertido, un punto inestable se forma en el centro del espacio de fases, el cual tiene asociadas direcciones estables e inestables [73]. Estas direcciones están caracterizadas con los coeficientes de Lyapunov Λ con parte negativa real e imaginaria positiva. Para tener una medida cuantitativa de estos tiempos, debemos considerar que la dinámica del sistema también da lugar a la posibilidad de que los estados se contraigan a lo largo de la dirección estable. Es decir, la expansión exponencial del paquete gaussiano a lo largo de una de las direcciones, debido al punto hiperbólico en el origen, es compensada con la contracción exponencial en la otra dirección. El ancho del paquete gaussiano en la dirección del momento depende del tiempo de la forma $\sigma_p(t) = \sigma_p(t_0) \exp[\Lambda t]$, donde $\sigma_p(t_0)$ es el ancho del paquete al tiempo inicial. El coeficiente de Lyapunov está definido por $\Lambda = 2\omega^2$. Los efectos difusivos limitan el proceso de contracción de la función de Wigner. La cota sobre el ancho del paquete está dada por $\sigma_c = \sqrt{2\mathcal{D}_i/\Lambda}$

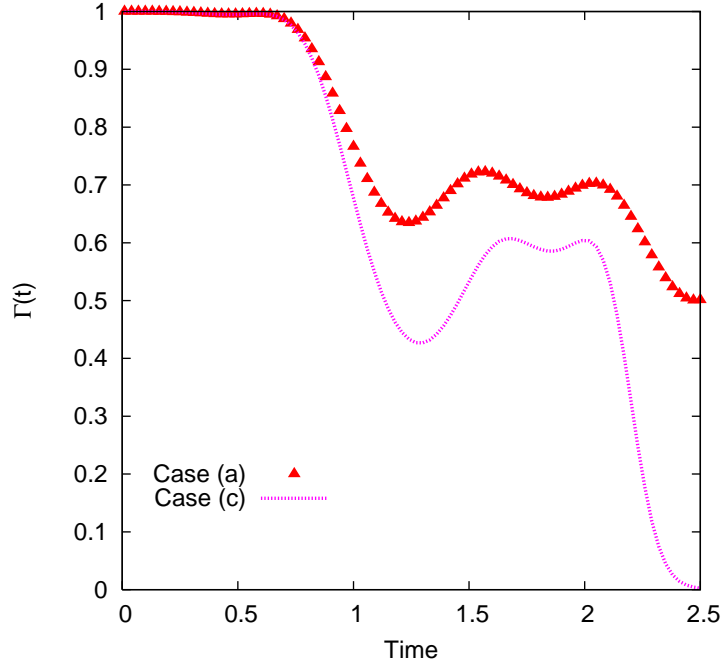


Fig. 4.4: Factor de pérdida de coherencia para los casos (a) y (c) para $\gamma_0 k_B T = 100$, $\omega = 5\Omega = 5$. Se puede observar que, a pesar que los comportamientos son muy parecidos, la pérdida de coherencia en el caso (c) es más importante que el en caso (a), donde el subsistema B es un oscilador invertido.

[46, 50] donde i es b o d). Existe otra escala más, t_{\max} relacionada al tiempo en que la pérdida de coherencia empieza a ser efectiva, que es posterior al tiempo en que la contracción llegó a su valor límite. Usaremos esta escala para estimar el tiempo de pérdida de coherencia t_D .

La evolución del paquete gaussiano se lleva a cabo en dos etapas diferenciadas. Durante la primera, la evolución está dominada por la parte unitaria de la ecuación maestra y se mantiene dentro de un área prácticamente constante. Este proceso dura hasta que el estiramiento del estado inicial es mayor que el ancho crítico del estado. Durante esta etapa, la difusión no altera mucho la apariencia de la función de Wigner, la cual se verá expandida o contraída. Cuando $\sigma \sim \sigma_c$, la difusión empieza a cobrar importancia y comienza la segunda etapa de la evolución. El estado ya no se contrae más, pero sí es posible que siga expandiéndose a una velocidad fijada por el coeficiente de Lyapunov Λ . Como resultado, el área (o bien, el volumen) en el espacio de fases aumenta. Uno puede estimar el tiempo correspondiente a la transición de una evolución reversible a una irreversible, como

$$t_c = \frac{1}{\Lambda} \ln \frac{\sigma_p(0)}{\sigma_c}. \quad (4.40)$$

En nuestro modelo de juguete, podemos usar esta escala como la escala típica de pérdida de coherencia, poniendo $t_D \approx \frac{1}{\Lambda} \ln \frac{\sigma_p(t_{\max})}{\sigma_c}$. De esta forma obtenemos

$$t_D = t_{\max} + \frac{1}{\Lambda} \ln \frac{\sigma_p(0)}{\sigma_c}. \quad (4.41)$$

Si usamos los mismos valores de los parámetros que en la Figura 4.3, podemos estimar numéricamente esta escala como $t_{D_b} \sim 7.7$ y $t_{D_d} \sim 6.4$, para el primer conjunto de parámetros (columna izquierda) ($\omega = \Omega = 1$) si $\gamma_0 = 0$; $t_{D_b} \sim 2.4$ y $t_{D_d} \sim 2.7$ para $\gamma_0 k_B T = 1$; y $t_{D_b} \sim 1.6$ y $t_{D_d} \sim 1.7$, en el caso $\gamma_0 k_B T = 100$. Para el conjunto de parámetros de la derecha de la Figura 4.3 ($\omega = 5\Omega = 5$), los valores temporales estimados son : $t_{D_b} \sim 3.0$ y $t_{D_d} \sim 2.7$ si $\gamma_0 = 0$; $t_{D_{b,d}} \sim 0.1$, cuando $\gamma_0 k_B T = 1$; y $t_{D_{b,d}} \sim 0.6$ en el caso que $\gamma_0 k_B T = 100$. Todos estos resultados coinciden con los tiempos de pérdida de coherencia que pueden leerse de los gráficos, es decir, aquellos tiempos donde el factor $\Gamma(t)$ se hace muy chico.

Podemos ver que el proceso de pérdida de coherencia es más lento en el caso (d) que en el (b) cuando el sistema $A + B$ no está aislado, ya que se verifica, a partir de la ecuación (4.40) para cada caso,

$$t_{D_b} - t_{D_d} = \frac{1}{\Lambda} \ln \frac{\sigma_c^d}{\sigma_c^b} = \frac{1}{2\Lambda} \ln \frac{\mathcal{D}_d}{\mathcal{D}_b}. \quad (4.42)$$

Esto concuerda con los resultados numéricos presentados para los coeficientes de difusión en la Figura 4.1, ya que $\mathcal{D}_d < \mathcal{D}_b$, lo cual implica que $t_{D_b} < t_{D_d}$. En el caso en que el sistema $A + B$ está aislado del baño térmico ($\gamma_0 = 0$), de los gráficos es fácil ver que $\mathcal{D}_d \geq \mathcal{D}_b$, que implica $t_{D_b} \geq t_{D_d}$, de nuevo concordando con nuestros cálculos numéricos.

Los tiempo de pérdida de coherencia para los casos (a) y (c) ocurren como en los sistemas armónicos usuales. Podemos tener una estimación de estas escalas usando el resultado del MBC a alta temperatura, es decir, el tiempo de pérdida de coherencia estimado como aquel tiempo t_D tal que $1 \approx L^2 \int_0^{t_D} \mathcal{D}(s) ds$ (hay que tomar la distancia típica del MBC, o sea, por ejemplo, L como 2σ , como medida de la dispersión en posición del paquete gaussiano inicial).

De esta forma, hemos analizado el proceso de pérdida de coherencia inducido en un subsistema debido a la presencia de un entorno compuesto. El entorno compuesto fue modelado por un oscilador (o antioscilador) acoplado a un conjunto de osciladores armónicos a temperatura alta. El subsistema principal, podía ser un oscilador o antioscilador, según el caso analizado. En este contexto, hemos mostrado que los osciladores armónicos son capaces de retener la información por un período de tiempo más largo y, de esta forma, generar difusión en el subsistema A más eficientemente que un oscilador invertido. Esta es la razón principal por la cual, en general, el caso (b) pierde más coherencia que el caso (d); y (c) que

(a). Es importante remarcar que, para tener un modelo más realista del entorno compuesto, uno debería considerar un potencial de pozo doble para el subsistema B en los casos (a) y (d). Este tipo de potencial tiene las mismas características que el oscilador invertido, pero la ventaja que su espacio de fases está acotado, lo cual daría una mejor medida del efecto global inducido en el subsistema A . En esa situación, el caso (d) resultaría el más “decoherente” para cualquier valor de $\gamma_0 k_B T$ [14]. De todos modos, si mantenemos el análisis a tiempos cortos de la evolución, los potenciales son equivalentes.

Capítulo 5

Fases geométricas y pérdida de coherencia

En este capítulo, nos ocuparemos de las fases que adquieren los sistemas cuánticos abiertos. Trataremos con fases de naturaleza geométrica y nuestro principal interés será cuantificar el efecto del entorno sobre las fases en sí mismas, y, en particular, en los experimentos posibles para medirlas.

Un enfoque alternativo para estudiar la decoherencia, es analizar este problema considerando las fases de las partículas como un proceso estadístico; es decir, estudiar cómo el entorno modifica la función de onda de las partículas. Este proceso se lo conoce como *dephasing*. Ambos enfoques son similares y dicha equivalencia fue demostrada en [5].

Para introducir el concepto de fase geométrica, lo primero que buscamos son ejemplos de ellas en la vida diaria; es decir “clásica”. La pregunta que nos surge es si podemos encontrar alguna relación entre un astronauta, un gato y el péndulo de Foucault. Resulta raro, pero todos ellos utilizan el concepto de fase geométrica como principio fundamental de su movimiento básico. Supongamos que un astronauta está en el espacio libre, inicialmente de espaldas a su nave espacial. Si él quiere darse la vuelta para volver a su nave, ¿cómo lo logra si no hay nada con qué empujarse ni apoyarse para dar la vuelta? Su momento angular es inicialmente cero, y para dar la vuelta, pareciera que necesita generar cierto momento angular. Pero en ausencia de fuerzas, esto resulta imposible. Sin embargo, cualquiera que ha visto un gato caer, sabe que este razonamiento es falso. Los gatos se enfrentan con este problema casi todos los días, y, de alguna forma, logran darse vuelta y caer sobre sus patas. La explicación es que no usan las leyes de la dinámica para darse vuelta, sino la topología del espacio. En la Fig.5.1 mostramos cómo hace un astronauta para dar la vuelta.

El péndulo de Foucault puede ser explicado de la misma forma [74]. Imaginemos que el

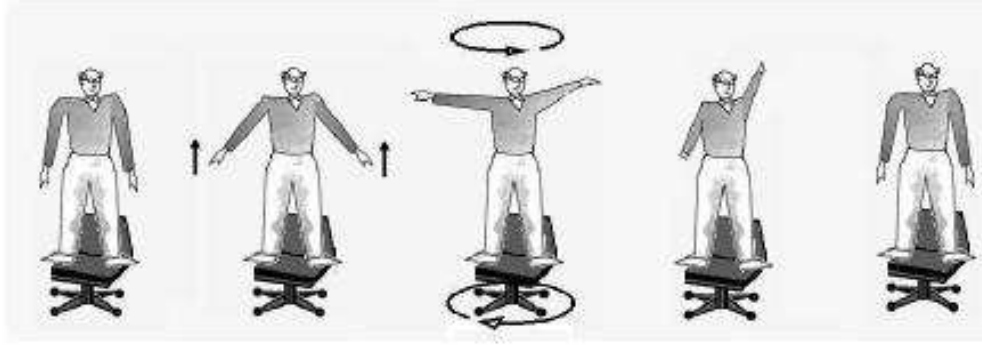


Fig. 5.1: Una persona parada en una silla giratoria, puede hacerla girar usando simplemente un efecto geométrico y manteniendo el momento angular cero. En la posición tres, la persona rota los brazos para un lado mientras el cuerpo lo rota para el otro. Repitiendo el ciclo varias veces, la persona puede rotar el ángulo deseado. Con este efecto, el gato logra caer sobre sus patas si inicialmente estaba de espalda al piso..

péndulo está suspendido a cierta latitud θ , y observamos su movimiento a medida que la Tierra rota sobre su propio eje. Se sabe que, después de una rotación de la Tierra, el péndulo adquirirá una fase respecto al plano original de movimiento. Para ver ésto, escribamos las ecuaciones de movimiento del péndulo. El Lagrangiano del problema es

$$L = \frac{m}{2} \left(\frac{dx^2}{dt} + \frac{dy^2}{dt} \right) - \frac{m\omega^2}{2} (x^2 + y^2) - m\Omega \cos \theta \left(x \frac{dy}{dt} - y \frac{dx}{dt} \right),$$

donde Ω es la frecuencia de oscilación de la Tierra (2π por día), m es la masa del péndulo y ω la frecuencia natural de balanceo del péndulo. La solución a las ecuaciones de Euler-Lagrange, en la coordenada $z = x + iy$ es, en el límite adiabático es:

$$z(t) \sim x_0 e^{-i\Omega \cos \theta t} e^{-i\omega t}.$$

Esta solución nos resulta conveniente para visualizar las contribuciones que conforman la fase del movimiento del péndulo: una fase dinámica ωt y otra geométrica $\Omega \cos \theta t$. Después de una rotación completa de la Tierra, la fase geométrica clásica es $2\pi(1 - \cos \theta)$.

5.1 Fases geométricas cuánticas

Supongamos que tenemos un conjunto de estados, y en particular, un estado en el punto A y otro en el punto B, como indica la Fig.5.2. ¿Cuál es el ángulo entre estos dos vectores¹?

¹ Como en Mecánica Cuántica es posible pensar las fases como vectores, esta pregunta resulta análoga a saber cuál es la fase relativa a ambos estados cuánticos.

Pero, ¿cómo podemos medir la fase entre dos estados que están en posiciones diferentes? Una alternativa, es transportar uno de los estados hacia la posición del otro y, cuando están próximos, medir el ángulo entre ambos. El único inconveniente que podemos encontrar en este procedimiento es asegurarnos que no estamos introduciendo ninguna fase adicional al transportar el estado. El camino más directo es una geodésica y la correspondiente

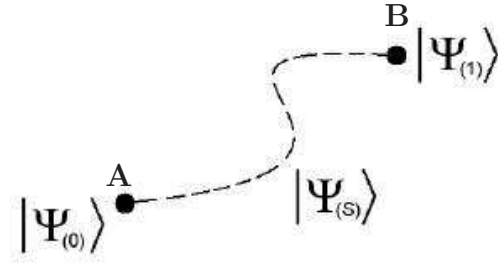


Fig. 5.2: ¿Cómo comparamos las fases de dos estados distintos cuando la probabilidad entre estados es la única cantidad bien definida en Mecánica Cuántica?

evolución en este camino es conocida como *transporte paralelo*. Para definirlo, debemos mirar una evolución infinitesimal, es decir de $|\psi(s)\rangle$ a $|\psi(s + ds)\rangle$. Si no queremos fases adicionales, debemos pedir

$$\text{Arg}\{\langle\psi(s)|\psi(s + ds)\rangle\} = 0. \quad (5.1)$$

Esto equivale a pedir que $\langle\psi(s)|\psi(s + ds)\rangle$ sea una cantidad real,

$$\text{Im}\{\langle\psi(s)|\psi(s + ds)\rangle\} = \text{Im}\{\langle\psi(s)|d|\psi(s)\rangle\} = 0 \quad (5.2)$$

a segundo orden. Pero, como $\langle\psi(s)|d|\psi(s)\rangle$ es imaginario puro, la condición equivale a

$$\langle\psi(s)|d|\psi(s)\rangle = 0. \quad (5.3)$$

Si la evolución satisface esta ecuación, entonces la fase es transportada *paralelamente*. Esta definición, sin embargo, no es invariante de gauge (o de fase). Es decir, si en lugar de $|\psi(s)\rangle$ usamos otro estado equivalente, $|\tilde{\psi}(s)\rangle = e^{i\alpha(s)}|\psi(s)\rangle$, la condición de transporte paralelo cambia según,

$$\langle\tilde{\psi}(s)|d|\tilde{\psi}(s)\rangle = \langle\psi(s)|d|\psi(s)\rangle + i\frac{d\alpha}{ds}ds. \quad (5.4)$$

Por tanto, debemos integrar la expresión $\langle\psi(s)|d|\psi(s)\rangle$ en un lazo cerrado, de modo de obtener una cantidad invariante de gauge. Esto nos da una expresión para la fase geométrica la cual hay que exponenciar (la integral de $d\alpha/ds$ en una curva cerrada da 2π , y $e^{i2\pi}$ es

uno). De esta forma, la fase geométrica que se deduce del transporte paralelo es

$$\gamma = \int_i^f \langle \psi(s) | \frac{d}{ds} | \psi(s) \rangle ds. \quad (5.5)$$

Ahora, ¿cómo es posible que, si estamos pidiendo que en cada paso infinitesimal la diferencia de fase sea cero, en un lazo cerrado, la fase total es distinta de cero? La respuesta está en la curvatura del espacio en cuestión. Cuando una cantidad se anula infinitesimalmente, pero en una región finita no, se la conoce como *no integrable*. De este modo, podríamos afirmar brevemente que las fases geométricas son una manifestación de factores de fase no integrables en Mecánica Cuántica.

5.1.1 Esfera de Bloch

Los estados de dos niveles son ubicuos en la Naturaleza. Estos estados pueden ser convenientemente representados en una esfera, de forma tal que todos los estados puros están ubicados en la superficie, mientras que los estados mixtos se encuentran dentro de ella. Existe una correspondencia uno a uno entre los puntos de la esfera y los estados de un sistema de dos niveles, como por ejemplo, el espín 1/2 de SU(2). Tratemos de aplicar el concepto de fase geométrica a un estado en la esfera de Bloch, como muestra la Fig.5.3.

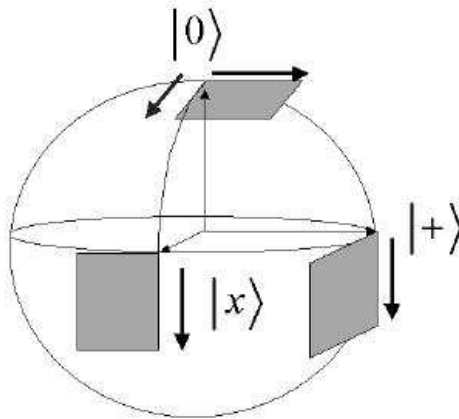


Fig. 5.3: Ejemplo de transporte paralelo en la esfera de Bloch. La evolución puede ser implementada de diferentes maneras. El estado vector está inicialmente en el Polo Norte de la esfera, en el plano de la hoja. Luego, es transportado hacia el Ecuador, rotado 90° y llevado de vuelta al Polo Norte. El estado vector final está rotado respecto del inicial en 90°; es decir, apunta fuera de la hoja.

Supongamos que hacemos evolucionar el estado $|0\rangle$ al estado $|+\rangle = |0\rangle + |1\rangle$ y luego, al estado $|x\rangle = |0\rangle + i|1\rangle$. Finalmente, llevamos el estado a $|0\rangle$ nuevamente. En la esfera de

Bloch, esto equivale a llevarlo del Polo Norte al Ecuador, rotarlo 90° y moverlo de vuelta hacia el Polo Norte. ¿Cuál es la fase geométrica correspondiente a esta situación? Para poder calcularla, comenzamos con un estado paralelo al Ecuador, en el plano de la hoja. Si lo transportamos paralelamente a lo largo del recorrido cerrado indicado, obtenemos un estado rotado respecto del inicial, apuntando hacia afuera del plano de la hoja. Esto sucede a pesar de que a cada paso infinitesimal, el vector de estado permanece paralelo a sí mismo. El ángulo entre el estado inicial y el final es $\pi/2$, que es equivalente al área recorrida por el vector de estado durante el transporte (o bien, el correspondiente ángulo sólido del transporte). De esta forma, los estados ortogonales $|0\rangle$ y $|1\rangle$ evolucionan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} |0\rangle &= e^{i\Omega/2}|0\rangle \\ |1\rangle &= e^{-i\Omega/2}|1\rangle, \end{aligned}$$

donde Ω es el ángulo sólido (el factor $1/2$ es porque los estados ortonormales están separados una distancia π en la esfera de Bloch). Esto demuestra que los estados ortogonales adquieren fases opuestas de igual magnitud durante la evolución. La fase puede ser calculada según la definición de la Ec.(5.5), o de manera “discreta”:

$$\text{Arg}\{\langle 0|+\rangle\langle +|x\rangle\langle x|0\rangle\}. \quad (5.6)$$

Esta última formulación fue originalmente realizada por Pancharatnam [75]. Este formalismo es muy poderoso e importante en varias teorías físicas [76]. Pero antes de ver un ejemplo concreto, deberíamos analizar cómo se implementa físicamente el transporte paralelo.

5.1.2 Implementación adiabática del transporte paralelo

La implementación del transporte paralelo fue realizada por Berry [77], quien descubrió la fase geométrica en Mecánica Cuántica en 1984.

La función de onda del sistema es una función de los parámetros del mismo y del tiempo, $|\psi(s(t), t)\rangle$. Supongamos que el Hamiltoniano del sistema es una función solamente de s , $H = H(s(t))$. Además, supongamos que estos parámetros varían muy lentamente, de modo que el sistema, que inicialmente se encuentra en un autoestado del Hamiltoniano, se mantiene en un autoestado del Hamiltoniano instante a instante, es decir

$$H(s(t))|\Psi_n(s(t), t)\rangle = E_n(s(t))|\Psi_n(s(t), t)\rangle. \quad (5.7)$$

La ecuación de Schrödinger para este sistema es

$$i\frac{d}{dt}|\Psi_n(s(t), t)\rangle = H(s(t), t)|\Psi_n(s(t), t)\rangle, \quad (5.8)$$

donde hemos asumido $\hbar = 1$. Nuestra intención es mostrar que la evolución adiabática implementa naturalmente el transporte paralelo de la fase del estado cuántico. Multiplicando la ecuación de Schrödinger por $\langle \Psi_n |$ y considerando la ecuación de autovalores, obtenemos

$$i \langle \Psi_n | \frac{d}{dt} | \Psi_n \rangle = E_n. \quad (5.9)$$

Cada estado gana una fase dinámica además de la geométrica a medida que evoluciona. Cuando se quiere medir la fase geométrica, lo ideal es librarse de la fase dinámica. Para eso, definimos una nueva función de onda considerando la fase dinámica

$$|\Phi(s(t), t)\rangle := e^{iE_n(s(t))} |\Psi_n(s(t), t)\rangle \quad (5.10)$$

la cual verifica una ecuación equivalente a la de transporte paralelo

$$\langle \Phi(s(t), t) | \frac{d}{dt} | \Phi(s(t), t) \rangle = 0. \quad (5.11)$$

De esta forma se ve que la parte geométrica de la fase cuántica es transportada paralelamente cuando el estado evoluciona según la ecuación de Schrödinger en la aproximación adiabática.

La forma de derivar una expresión cerrada para la fase geométrica es la siguiente. Para eso, definimos

$$|\Phi(s(t), t)\rangle = e^{i\gamma(t)} |\Psi_n(s(t))\rangle, \quad (5.12)$$

con

$$\frac{d}{dt} \gamma(t) = -i \langle \Phi(s(t)) | \frac{d}{ds} | \Phi(s(t)) \rangle \frac{ds}{dt}. \quad (5.13)$$

De esta forma,

$$\frac{d}{ds} \gamma = \beta, \quad \text{con} \quad \beta = -i \langle \Phi(s(t)) | \frac{d}{ds} | \Phi(s(t)) \rangle. \quad (5.14)$$

Integrando sobre una curva cerrada δS , obtenemos la fase geométrica deseada

$$\gamma = \oint_{\delta S} \beta. \quad (5.15)$$

Resumiendo, la fase cuántica que adquiere un estado durante su evolución unitaria consiste de dos contribuciones, $\phi = \delta + \gamma$:

Dinámica: definida por $\delta = \int E(t) dt$ y,

Geométrica: definida por $\gamma = \int \langle \Psi(s) | \frac{d}{ds} | \Psi(s) \rangle \frac{ds}{dt} dt$.

En este contexto, estudiaremos diferentes modelos de sistemas cuánticos donde es posible encontrar fases geométricas. Sin embargo, veremos que, cuando estos sistemas interactúan con entornos, las fases originalmente geométricas, pierden esta característica, y dependen de los parámetros del entorno. Además, estudiaremos cómo, en los distintos casos, acoplar estos sistemas cuánticos a entornos extensos clásicos o cuánticos, induce pérdida de coherencia en el sistema original.

5.1.3 Efecto Aharonov-Bohm y Aharonov-Casher

El efecto Aharonov-Bohm [78] puede ser explicado en función del concepto de fase geométrica, ya que resulta la manifestación del campo electromagnético en la fase relativa de dos partículas que interfieren. El experimento comienza con la preparación de dos paquetes de ondas, uno correspondiente a cada electrón. La interferencia se analiza en presencia de un solenoide, por lo cual cada partícula recorrerá un camino a través de dos lados opuestos de este solenoide. El campo magnético en la región exterior al solenoide es cero pero el potencial no. Cuando las partículas alcanzan el punto final de la evolución, se observa que el haz de electrones gana una fase $\exp(\frac{-ie\Phi}{\hbar c})$, donde Φ es el flujo del campo. Esta fase ha sido experimentalmente observada, y depende del camino, lo cual equivale a decir que es no integrable. A pesar de esto, si damos una vuelta alrededor del flujo, siempre adquirimos la misma fase, sin importar el camino que tomemos. La fase depende del número de veces que el flujo ha sido rodeado. Esta es una característica topológica que resulta muy útil en computación cuántica. Este mismo efecto, pero con partículas neutras de momento dipolar constante, se denomina Aharonov-Casher [79].

La pregunta que nos surge es ¿cómo se modifica este resultado si el experimento no se realiza en presencia de un campo estático sino en un campo electromagnético dependiente del tiempo? Además, queremos saber cuánta injerencia tiene esta fase en la reducción de la visibilidad del patrón de interferencia generado por las partículas neutras, a veces muy masivas.

5.2 Pérdida de coherencia inducida por una fase de Aharonov-Casher fluctuante

En muchos casos, la interacción con el entorno no puede ser eliminada; por ejemplo, en el caso de partículas cargadas y átomos neutros con momento dipolar permanente, la interacción con el campo magnético es crucial. Es esta interacción, justamente, la que induce una reducción en la visibilidad del patrón de interferencia. En este contexto, las interacciones de las fluctuaciones de vacío del campo electromagnético han sido consideradas un agente “decoherente” en [80]. Allí, los autores estudiaron el experimento de dos rendijas para electrones en presencia de contornos conductores, los cuales modifican la estructura del vacío y, por tanto, las predicciones de los efectos de pérdida de coherencia (respecto al caso donde no hay contornos). En [81] se analizó el efecto del ruido cuántico en experimentos de interferencia con electrones para distintos tipos de campos de microondas.

A pesar de la naturaleza cuántica del ruido, por ejemplo fluctuaciones de vacío, el ruido clásico está siempre presente, ya sea en un campo externo dependiente del tiempo, o bien, en variables aleatorias que parametrizan el entorno. Por esto, en [82], los autores estudiaron la destrucción del patrón de interferencia de electrones debido tanto al ruido cuántico como al clásico.

El experimento de Aharonov-Bohm (AB) puede ser un buen ejemplo para poner a prueba las predicciones de la decoherencia. Este experimento comienza con la preparación de los dos paquetes de onda de los electrones, $\varphi_1(\vec{x})$ y $\varphi_2(\vec{x})$, en una superposición coherente. Se asume que cada partícula sigue un camino clásico bien definido, C_1 y C_2 , respectivamente. La función de onda total contempla la presencia del entorno,

$$\psi(t=0) = [\varphi_1(\vec{x}) + \varphi_2(\vec{x})] \otimes \chi_0(\vec{y}), \quad (5.16)$$

donde $\chi_0(\vec{y})$ representa el estado cuántico inicial del entorno, cuyo conjunto de coordenadas es denotado por \vec{y} . A medida que el tiempo transcurre, los estados del electrón se entrelazan con el entorno, y la función total a un tiempo dado t es

$$\psi(t) = \varphi_1(\vec{x}, t) \otimes \chi_1(\vec{y}, t) + \varphi_2(\vec{x}, t) \otimes \chi_2(\vec{y}, t). \quad (5.17)$$

De esta forma, los dos estados φ_1 and φ_2 del electrón se correlacionan con dos estados diferentes del entorno. La probabilidad de encontrar a la partícula en una posición dada a un tiempo t (por ejemplo, cuando se observa el patrón de interferencia) es

$$\text{Prob}(\vec{x}, t) = |\varphi_1(\vec{x}, t)|^2 + |\varphi_2(\vec{x}, t)|^2 + 2\text{Re} \left(\varphi_1(\vec{x}, t) \varphi_2^*(\vec{x}, t) \int d^3y \chi_1^*(\vec{y}, t) \chi_2(\vec{y}, t) \right). \quad (5.18)$$

El factor de solapamiento $F = \int d^3y \chi_1^*(\vec{y}, t) \chi_2(\vec{y}, t)$ es responsable de dos efectos. Por un lado, origina un corrimiento en las franjas de interferencia del patrón; y por el otro, su valor absoluto da lugar a una disminución del contraste en dichas franjas. En ausencia de entorno, $F = 1$. Cuando los dos estados del entorno se vuelven ortogonales, el estado final del mismo identifica el camino que siguió el electrón. La pérdida de coherencia se manifiesta tan pronto como las ondas parciales del electrón logran ubicar al entorno en estados ortogonales de modo que $F = 0$.

La pérdida de coherencia cuántica también puede ser explicada, alternativamente, como el efecto del entorno sobre las ondas parciales del electrón. Cuando un potencial estático actúa sobre una de estas ondas parciales, ésta adquiere una fase,

$$\phi = - \int V[x(t)] dt, \quad (5.19)$$

y de esta forma, el término de interferencia está multiplicado por un factor $e^{i\phi}$. Este factor resulta un posible agente “decoherente”. El efecto que origina está íntimamente relacionado

al carácter estadístico de ϕ , particularmente, cuando el potencial no es estático. De esta manera, cualquier fuente de ruido estocástico dará lugar a un término decreciente. Para un caso general, ϕ no está definida; es decir, se debe describir mediante una función distribución $P(\phi)$. Desde este punto de vista estadístico, la fase se escribe como

$$\langle e^{i\phi} \rangle = \int e^{i\phi} P(\phi) d\phi. \quad (5.20)$$

De esta manera, la incerteza en la fase produce un término decreciente que tiende a eliminar el patrón de interferencia. Este *dephasing* se debe a la presencia de un entorno ruidoso acoplado al sistema y puede ser también representado por la funcional de influencia de Feynman y Vernon [4] (método que hemos usado en capítulos anteriores y da lugar a la ecuación maestra para el caso del MBC (Ec.(2.3))). En la Ref.[5], los autores demostraron la equivalencia formal entre ambos enfoques de modo que

$$\langle e^{i\phi} \rangle = F = \int d^3y \chi_1^*(\vec{y}, t) \chi_2(\vec{y}, t). \quad (5.21)$$

El factor F contiene información acerca de la naturaleza estadística del ruido. De esta forma, el ruido, ya sea clásico o cuántico, hace que F sea menor que 1. Nuestra intención es cuantificar cómo destruye el patrón de interferencia para un experimento con partículas.

En [83], el factor de solapamiento F fue evaluado de un punto de vista alternativo a los trabajos existentes del tema. Los autores estudiaron el efecto de un campo electromagnético dependiente del tiempo en la coherencia de los electrones. Para ésto, incluyeron el origen estadístico de la fase ϕ de AB. Sin embargo, no consideraron que la fase se originaba en las fluctuaciones de vacío ni debido al campo electromagnético dependiente del tiempo. Ellos consideraron la existencia de una variable aleatoria t_0 , definida como el tiempo de emisión del electrón. Esta variable producía una fase ϕ fluctuante, por tanto, era necesario calcular un promedio temporal para obtener un resultado concreto acerca de su influencia en el patrón de interferencia. En este ejemplo sencillo, el rol del entorno cuántico es reemplazado por un campo externo clásico dependiente del tiempo. Sin embargo, el efecto es similar. Los autores consideraron una onda monocromática linealmente polarizada, que se propaga en la dirección perpendicular al plano que contiene a los electrones (o haz de electrones). La reducción del contraste de las franjas resultó ser suficientemente grande como para ser observada.

En esta sección seguiremos dicha idea. Evaluaremos el factor de solapamiento F para partículas coherentes neutras con momento dipolar permanente (eléctrico y magnético) en presencia de un campo electromagnético clásico dependiente del tiempo. Consideraremos dos casos diferentes que podrían ser interesantes a nivel experimental. En primer lugar, los

dipolos interactúan con una onda electromagnética plana linealmente polarizada. Este caso es la generalización de los resultados obtenidos en [83] para la fase de Aharonov-Casher. En segundo lugar, estudiaremos el caso de dipolos coherentes que interfieren dentro de una guía de ondas de sección rectangular. Veremos que, el efecto de pérdida de coherencia no afecta visiblemente el patrón de interferencia en todos los casos.

5.2.1 Dipolos coherentes y una onda plana

La interacción clásica y cuántica de un dipolo con un campo electromagnético arbitrario fue estudiada en detalle por J.Anandan en [84]. El Lagrangiano clásico de interacción es $\frac{1}{2}P_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ donde $P_{\mu\nu}$ es el tensor antisimétrico del dipolo [80, 84]. En el sistema de coordenadas de la partícula, el dipolo eléctrico (\mathbf{d}) y magnético (\mathbf{m}) pueden ser obtenidos a partir de $P_{0i} = d_i$ y $P_{ij} = \epsilon_{ijk}m_k$, respectivamente.

En el caso cuántico, la fase que adquieren dos partículas neutras con momento dipolar eléctrico y magnético debido a la presencia del campo electromagnético dependiente del tiempo se llama fase Aharonov-Casher (AC) [79] y se define

$$\phi = - \oint_{\delta\Omega} a_\nu(x) dx^\nu, \quad (5.22)$$

donde $a_\nu(x) = (-\mathbf{m} \cdot \mathbf{B} - \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}, \mathbf{d} \times \mathbf{B} - \mathbf{m} \times \mathbf{E})$ juega el mismo rol que el potencial cuadvivector A_ν en la fase de Aharonov-Bohm (AB) [83], $\delta\Omega = C_1 - C_2$ es un camino espacio temporal cerrado, y C_1, C_2 son los caminos recorridos por los dipolos que interfieren.

Para evaluar la fase AC de la Ec.(5.22), consideraremos una onda monocromática linealmente polarizada, de frecuencia ω , que se propaga en la dirección \hat{y} . Los momentos dipolar eléctrico y magnético están en las direcciones \hat{z} y \hat{x} , respectivamente. Además, asumiremos que el recorrido de las partículas neutras está acotado únicamente al plano $\hat{x} - \hat{z}$, como muestra la Fig.5.4. Podemos escribir la onda como $\mathbf{E}(x) = E_0 \sin(\omega t - ky) \hat{z}$, $\mathbf{B}(x) = E_0 \sin(\omega t - ky) \hat{x}$ y calcular a_ν ,

$$\begin{aligned} a_\nu(x) &= (-d_z E_z - m_x B_x, m_y E_z, d_z B_x - m_x E_z, -d_y B_x) \\ &= E_0(-d_z - m_x, m_y, d_z - m_x, -d_y) \sin(\omega t - ky) \\ &\equiv \tilde{a}_\nu \sin(\omega t - ky). \end{aligned} \quad (5.23)$$

Asumiremos que la fase AC depende de una variable aleatoria $\xi = \omega t_0$ determinada por el tiempo de emisión t_0 de las partículas. Este tiempo se define en el momento que el centro del paquete de ondas es emitido. Cuando el tiempo de medición del experimento es mayor que el tiempo de vuelo de las partículas, el resultado obtenido es el promedio temporal

sobre t_0 . De esta forma podemos escribir la fase AC como

$$\phi(t_0) = - \oint_{\delta\Omega} \tilde{a}_\nu \sin(\omega t - ky + \omega t_0) dx^\nu, \quad (5.24)$$

la cual, antes de promediar en t_0 , puede ser re-escrita como

$$\phi(t_0) = A \cos(\omega t_0) + B \sin(\omega t_0), \quad (5.25)$$

donde

$$\begin{aligned} A &= - \oint_{\delta\Omega} \tilde{a}_\nu(x) \sin(\omega t - ky) dx^\nu, \\ B &= - \oint_{\delta\Omega} \tilde{a}_\nu \cos(\omega t - ky) dx^\nu. \end{aligned} \quad (5.26)$$

El promedio sobre la fase fluctuante ϕ , la cual genera ruido clásico, da lugar a un factor de solapamiento o de “decoherencia”

$$F = \langle e^{i\phi} \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T dt_0 \exp \{ i [A \cos(\omega t_0) + B \sin(\omega t_0)] \} = J_0(|C|), \quad (5.27)$$

donde J_0 es la función de Bessel de orden 0. El módulo del número complejo $C = A + iB$ mide el grado de pérdida de coherencia en el sistema. El factor de decoherencia F decrece de uno a cero a medida que $|C|$ varía de cero al primer cero de la función de Bessel J_0 . Para valores más grandes de $|C|$, el factor F oscila con una amplitud cada vez más chica. Para una distribución gaussiana $P(\phi)$ con $\langle \phi^2 \rangle \ll 1$, obtenemos, en el límite $|C| \ll 1$, $\langle e^{i\phi} \rangle \approx 1 - \langle \phi^2 \rangle = 1 - |C|^2/2$.

Una característica de las fases geométricas usuales AB y AC es que no dependen de la velocidad de las partículas [77], y además, no hay fuerzas aplicadas sobre ellas [85]. Es decir, las fases mencionadas sólo dependen de la topología del camino cerrado $\delta\Omega$. Resulta evidente que estas propiedades ya no son válidas cuando el campo externo depende explícitamente del tiempo. En nuestro caso, la partícula tiene una fuerza neta sobre ella. Luego, para analizar la dependencia de la fase AC con la trayectoria, evaluaremos dicha fase para distintos recorridos. Veremos que la dependencia de la fase con la velocidad está fuertemente relacionada con el camino elegido.

Trayectorias simétricas

En esta sección, estudiaremos la fase AC que adquieren dos partículas neutras con momento dipolar eléctrico y magnético permanente cuando siguen trayectorias simétricas como las mostradas en la Fig.5.4. En primer lugar, utilizaremos la misma trayectoria propuesta en [83] para hacer más fácil la comparación de los efectos de pérdida de coherencia entre

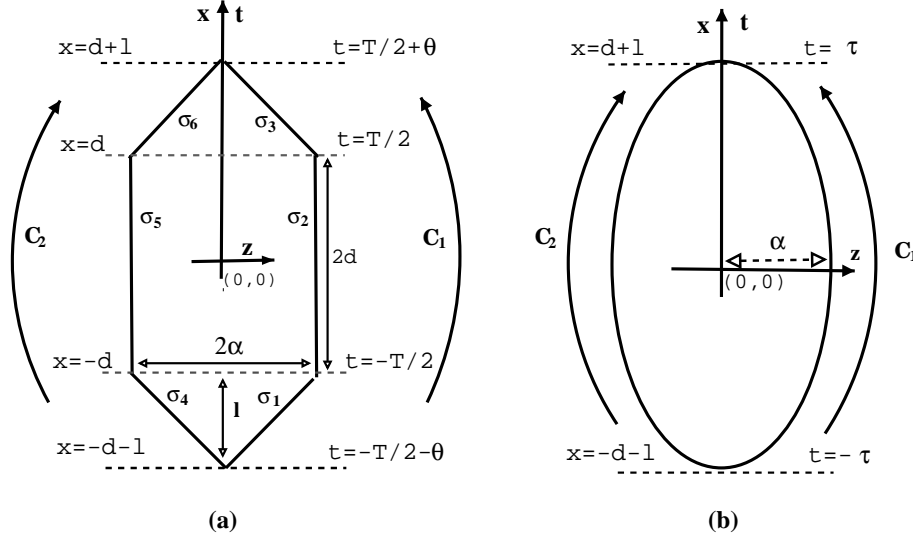


Fig. 5.4: Recorridos C_1 y C_2 para la trayectoria: (a) usada en [47] y (b) elíptica.

partículas cargadas y neutras con momento dipolar permanente. Para evaluar la Ec.(5.22) en el caso de la Fig.5.4(a), debemos calcular

$$\phi = \oint_{\delta\Omega} a_\nu(x) dx^\nu = \sum_{i=1}^6 \int_0^1 a_\nu(\sigma_i^\nu(u)) \cdot \frac{d\sigma_i^\nu}{du} du, \quad (5.28)$$

donde σ_i , con $i = 1 \dots 6$, parametriza los distintos segmentos de la trayectoria. El camino C_1 es:

$$\begin{aligned} \sigma_1(u) &= (-T/2 - \theta + \theta u, -d - l + ul, 0, u\alpha) \\ \sigma_2(u) &= (-T/2 + Tu, -d + 2du, 0, \alpha) \\ \sigma_3(u) &= (T/2 + u\theta, d + ul, 0, \alpha - u\alpha), \quad \text{for } 0 \leq u \leq 1; \end{aligned} \quad (5.29)$$

mientras que el camino C_2 se parametriza:

$$\begin{aligned} \sigma_4(u) &= (-T/2 - \theta + \theta u, -d - l + ul, 0, -u\alpha) \\ \sigma_5(u) &= (-T/2 + Tu, -d + 2du, 0, -\alpha) \\ \sigma_6(u) &= (T/2 + u\theta, d + ul, 0, -\alpha + u\alpha), \quad \text{for } 0 \leq u \leq 1. \end{aligned} \quad (5.30)$$

Realizando la integral en la Ec.(5.28) y usando las definiciones de la Ec.(5.26), obtenemos $B_d = 0$ y

$$|C_d| \equiv |A_d| = 4E_0 d_y \left(\frac{2\alpha}{\omega\theta} \right) \sin\left(\frac{\omega\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\omega(T+\theta)}{2}\right), \quad (5.31)$$

donde 2α es la máxima separación entre las partículas, d_y es el momento dipolar eléctrico en la dirección \hat{y} , y T, θ son tiempos característicos de la trayectoria. El subíndice d indica que los valores encontrados para A, B y C corresponden al caso de dipolos.

Para partículas no relativistas, esperamos que $\omega\theta$, $\omega T \gg 1$. Por tanto, para tener una estimación de C_d , podemos reemplazar las funciones armónicas por el valor típico $1/\sqrt{2}$. De manera de hacer explícita la dependencia con la velocidad, podemos escribir $\theta = s/v$, donde s es la longitud del primer y tercer segmento del camino, definido por $s = \sqrt{\alpha^2 + l^2}$. Así, la Ec.(5.31) queda

$$|C_d| \approx \frac{2}{\pi} E_0 d_y \left(\frac{\alpha}{s}\right) \lambda v \approx \frac{2}{\pi} e E_0 \left(\frac{\alpha}{s}\right) \lambda L v. \quad (5.32)$$

Acá L es el largo característico de un átomo con momento dipolar eléctrico $d = eL$ ($L \approx 10^{-9}m$), y λ la longitud de onda del campo electromagnético. El resultado análogo para electrones calculado fue $|C_e| \approx \frac{1}{\pi^2} e E_0 \lambda^2 \left(\frac{\alpha}{s}\right) v$ [83]. Suponiendo, de manera ingenua, que las partículas cargadas y las neutras tuvieran la misma velocidad durante el recorrido de la trayectoria, la relación entre ambos efectos sería

$$|C_d| \approx |C_e| \left(\frac{L}{\lambda}\right). \quad (5.33)$$

A pesar que el resultado de la Ec.(5.33) es bastante desalentador (si uno buscaba obtener un efecto observable o, al menos, del mismo orden que en el caso de partículas cargadas), hay que tener en cuenta que la sección eficaz de scattering de una partícula neutra es mucho menor que la de los electrones [86]². Este hecho da lugar a que, aumentando la intensidad del campo electromagnético externo, aumente el valor del factor F algunos órdenes de magnitud. De esta manera, aumentan las posibilidades concretas de que el efecto sea observable en partículas neutras con momento dipolar permanente.

Por otro lado, si las partículas neutras siguen una trayectoria elíptica, como la mostrada en la Fig.5.4(b), los cálculos para estimar C son similares. La trayectoria en este caso se parametriza según

$$\begin{aligned} \sigma_1(u) &= (\tau \sin(u), (d+l) \sin(u), 0, \alpha \cos(u)) & \text{for } -\pi/2 \leq u \leq \pi/2 \\ \sigma_2(u) &= (\tau \sin(u), (d+l) \sin(u), 0, -\alpha \cos(u)) & \text{for } -\pi/2 \leq u \leq \pi/2, \end{aligned} \quad (5.34)$$

donde τ es el tiempo de vuelo de los dipolos y $(d+l)$ es la longitud total del recorrido. En este caso,

$$|C_{\text{ellip}}^d| = 2\pi\alpha E_0 d_y J_1[\omega\tau], \quad (5.35)$$

con J_1 la función de Bessel de orden 1. Usando la aproximación asintótica de esta función para $\omega\tau \gg 1$, obtenemos

$$|C_{\text{ellip}}^d| \approx \frac{\sqrt{2}\pi\alpha E_0 d_y}{(\omega\tau)^{1/2}} = \sqrt{\pi}\alpha e E_0 L \left(\frac{v\lambda}{s'}\right)^{1/2} \quad (5.36)$$

²Para conocer en detalle la cuenta ver Ref.[19].

donde s' es la distancia recorrida por cada una de las partículas neutras a una velocidad v , en un tiempo τ . Es importante destacar que, mientras $|C_d|$ en la Ec.(5.32) depende linealmente con la velocidad, para la trayectoria elíptica $|C_{\text{ellip}}^d|$ lo hace como \sqrt{v} .

Resulta interesante comparar este resultado con áquel obtenido para electrones siguiendo la trayectoria elíptica, el cual no fue estimado en [83]. Por tanto, luego de estimarlo usando la definición de la fase AB, obtenemos

$$|C_{\text{ellip}}^e| = 2\pi\alpha e E_0 \lambda J_1[\omega\tau]. \quad (5.37)$$

Comparando esta expresión con la Ec.(5.35), resulta evidente que la dependencia con la velocidad es similar en ambos casos.

Finalmente, podemos resaltar que las trayectorias estudiadas hasta ahora son simétricas respecto del eje \hat{x} (o bien, el eje \hat{t}). En estos casos, sólo contribuye el término A de la Ec.(5.26) a la fase AC. Esto se debe a la paridad de los integrandos en los ejes mencionados.

Trayectorias asimétricas

En esta sección, nos ocuparemos del efecto de pérdida de coherencia en el patrón de interferencia de dos partículas neutras cuando recorren una trayectoria asimétrica, como la mostrada en la Fig.5.5. La parametrización de la trayectoria, en este caso, puede ser leída

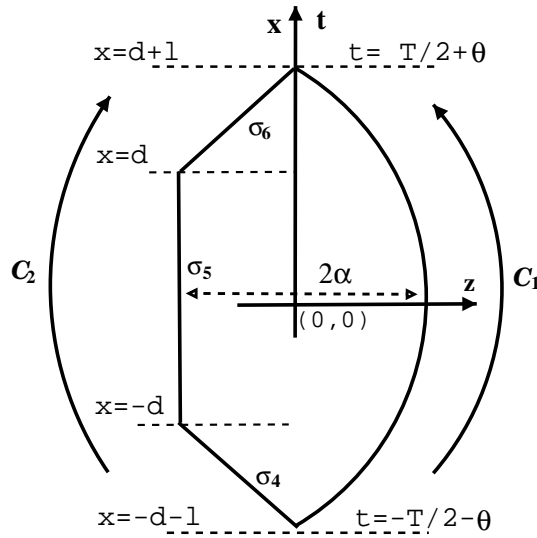


Fig. 5.5: Recorridos C_1 y C_2 de una trayectoria asimétrica.

de las Ecs.(5.29) y (5.34). Luego de realizar las correspondientes integrales, obtenemos los

coeficientes $C_{\text{asym}}^d = A_{\text{asym}}^d + iB_{\text{asym}}^d$,

$$\begin{aligned} A_{\text{asym}}^d &= \pi d_y E_0 \alpha J_1[\omega\tau] + \frac{4E_0 d_y \alpha}{\omega\theta} \sin\left[\frac{\omega\theta}{2}\right] \sin\left[\frac{\omega}{2}(T + \theta)\right], \\ B_{\text{asym}}^d &= (d_z + m_x) \frac{2E_0}{\omega} \left[\sin\left[\frac{\omega\theta}{2}\right] \cos\left[\frac{\omega}{2}(T + \theta)\right] + \sin\left[\frac{\omega T}{2}\right] \right] \\ &\quad + \frac{2m_y E_0 l}{\omega\theta} \sin\left[\frac{\omega\theta}{2}\right] \cos\left[\frac{\omega}{2}(T + \theta)\right] + \frac{4dE_0 m_y}{\omega T} \sin\left[\frac{\omega T}{2}\right]. \end{aligned} \quad (5.38)$$

El primer término en el coeficiente B es el más importante en el régimen de bajas velocidades, ya que los otros términos son de orden $\mathcal{O}(1/\sqrt{\omega\tau})$, o bien, $\mathcal{O}(1/\omega\theta)$, ambos mucho menor que uno. Por tanto, la cantidad $|C_{\text{asym}}^d|$, está dominada por dicho término y puede ser aproximada por,

$$|C_{\text{asym}}^d| \approx \frac{e}{\pi} E_0 L \lambda, \quad (5.39)$$

independiente de la velocidad.

Para partículas cargadas, la situación es bastante diferente. El factor de decoherencia F , usando la trayectoria asimétrica, al ser estimado da $C_{\text{asym}}^e = A_{\text{asym}}^e + iB_{\text{asym}}^e$, con

$$\begin{aligned} A_{\text{asym}}^e &= 2\pi e E_0 \frac{\alpha}{\omega} J_1[\omega\tau] + \frac{4e E_0 \alpha}{\omega^2 \theta} \sin\left[\frac{\omega\theta}{2}\right] \sin\left[\frac{\omega}{2}(T + \theta)\right], \\ B_{\text{asym}}^e &= 0. \end{aligned} \quad (5.40)$$

Por tanto, podemos aproximar esta cantidad por

$$|C_{\text{asym}}^e| \approx \frac{e}{\sqrt{2\pi}} E_0 \alpha \left(\frac{v\lambda^3}{s'} \right)^{1/2}, \quad (5.41)$$

que depende de la velocidad, de la misma manera que para el caso de la trayectoria elíptica.

5.2.2 Dipolos coherentes en una guía de ondas

En esta sección, consideraremos el campo generado dentro de una guía de ondas (en la dirección del eje \hat{y}), de sección rectangular, como aquel campo que interactúa con nuestros dipolos. Para el modo TE, los campos en la guía, tomando parte real, son

$$\begin{aligned} B_y &= B_0 \cos(k_x x) \cos(k_z z) \exp(i(k_y y - \omega t)), \\ B_x &= \frac{-ik_y k_x}{\gamma^2} B_0 \sin(k_x x) \cos(k_z z) \exp(i(k_y y - \omega t)), \\ B_z &= \frac{-ik_y k_z}{\gamma^2} B_0 \cos(k_x x) \sin(k_z z) \exp(i(k_y y - \omega t)), \\ E_x &= \frac{i\omega k_z}{\gamma^2} B_0 \cos(k_x x) \sin(k_z z) \exp(i(k_y y - \omega t)), \\ E_z &= \frac{i\omega k_x}{\gamma^2} B_0 \sin(k_x x) \cos(k_z z) \exp(i(k_y y - \omega t)), \end{aligned} \quad (5.42)$$

donde $k_x = \frac{m\pi}{b}$, $k_z = \frac{l\pi}{a}$ (con m, l enteros y a, b las dimensiones de la guía), $\gamma = \sqrt{(\frac{l\pi}{a})^2 + (\frac{m\pi}{b})^2}$, $\omega \equiv k = \sqrt{\gamma^2 + k_y^2}$ y B_0 un número complejo. Por tanto, escribiremos $B_0 = |B_0| \exp(i\omega t_0)$, donde t_0 es el tiempo de emisión de la partícula, como fue definido en la Sección 5.2.1.

Consideremos ahora la trayectoria de la Fig.5.6. Las partículas son dispuestas de un lado (x_i) de la guía, a un tiempo dado t_0 . Se deja evolucionar el sistema y se observa el patrón de interferencia en algún punto x_f . Como los campos son nulos fuera de la guía de onda, las partículas sólo interactúan con el campo durante los trayectos rectos del recorrido. Considerando $C_{\text{guia}}^d = A_{\text{guia}}^d + iB_{\text{guia}}^d$, obtenemos para este caso

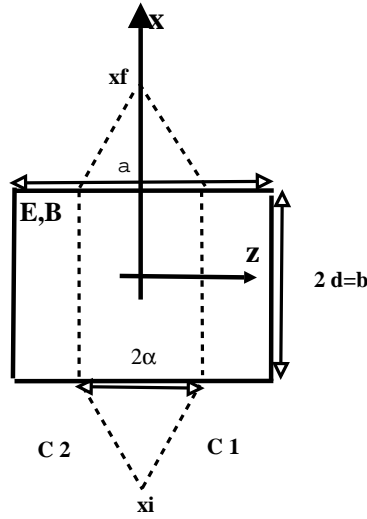


Fig. 5.6: Las partículas neutras con momento dipolar permanente interfieren en presencia de un campo electromagnético dependiente del tiempo. Las partículas recorren los caminos C_1 y C_2 en el plano $x - z$ dentro de una guía de ondas.

$$\begin{aligned}
 A_{\text{guia}}^d &= 0 \\
 B_{\text{guia}}^d &= -\frac{4}{(\omega T)^2 - (m\pi)^2} |B_0| \frac{k_z}{\gamma^2} \sin\left(\frac{l\pi\alpha}{a}\right) \left[\omega T \cos\left(\frac{m\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{\omega T}{2}\right) \right. \\
 &\quad \left. - m\pi \cos\left(\frac{\omega T}{2}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{2}\right) \right] \left(d_x \omega T - m_z k_z T - 2d_y k_y \right), \quad (5.43)
 \end{aligned}$$

donde $2d = b$ es la distancia total del experimento dentro de la guía, 2α es, nuevamente, la separación máxima de las partículas, m, l son los modos de la guía y T el tiempo de vuelo dentro de la misma.

Para el primer modo de la guía, es decir $l = 1, m = 0$, esta expresión tiene un aspecto

más simple

$$C_{\text{TE}_{10}}^d = -\frac{4}{\omega T} |B_0| \frac{a}{\pi} \sin\left(\frac{\pi\alpha}{a}\right) \sin\left(\frac{\omega T}{2}\right) (d_x \omega T - m_z k_y T - b d_y k_y). \quad (5.44)$$

Podemos estimar la cantidad $|C_{\text{TE}_{10}}^d|$ de la misma manera que lo hicimos en la sección precedente. Así,

$$|C_{\text{TE}_{10}}^d| \approx \frac{2\sqrt{2}}{\pi} B_0 a \sin\left(\frac{\pi\alpha}{a}\right) d_x, \quad (5.45)$$

donde asumimos que $|\mathbf{d}| \gg |\mathbf{m}|$. Este resultado es independiente de la velocidad de los dipolos nuevamente. Si realizamos la misma estimación pero para partículas cargadas, obtenemos

$$|C_{\text{TE}_{10}}^e| \approx \frac{1}{(2\pi^3)^{1/2}} e B_0 a \lambda v \sin\left(\frac{\alpha\pi}{a}\right). \quad (5.46)$$

Comparando ambos resultados, notamos que en el caso de las partículas cargadas, la fase sí depende de la velocidad de las mismas. Este hecho reduce la posibilidad de observar el efecto experimentalmente ya que la velocidad de las partículas es no relativista, por tanto el efecto resulta de muy poca magnitud.

Volviendo al caso de los dipolos y la guía de onda, podemos estimar el factor C_{TE}^d para un modo arbitrario de la cavidad, es decir $m \neq 0$ and $l \neq 0$. El resultado que obtenemos es

$$C_{\text{TE}}^d \approx -\frac{4B_0}{(\omega T)^2 - (m\pi)^2 \gamma^2} \frac{k_z}{\gamma^2} \sin\left(\frac{l\pi\alpha}{a}\right) \left[\omega T \cos\left(\frac{m\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{\omega T}{2}\right) - m\pi \cos\left(\frac{\omega T}{2}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{2}\right) \right] \\ \left(d_x \omega T - m_z k_z T - b d_y k_y \right) \sin(\omega t_0). \quad (5.47)$$

Es fácil ver que el resultado es despreciable en el caso de m impar y $m\pi \ll \omega T$. En cualquier otro caso, obtenemos

$$|C_{\text{TE}}^d| \approx B_0 a \left| \sin\left(\frac{\pi\alpha}{a}\right) \right| \left[d_x^2 + \left(\frac{b}{\omega T} d_y k_z \right)^2 - \frac{2b}{\omega T} d_x d_y k_y \right]^{1/2}, \quad (5.48)$$

que tiene la misma magnitud que el modo más bajo de la cavidad TE_{10} de la Ec.(5.45).

Por otro lado, para el modo TM, los campos son

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{i\omega k_z}{\gamma^2} E_0 \cos(k_x x) \cos(k_z z) \exp(i(k_y y - \omega t)), \\ B_z &= \frac{-i\omega k_x}{\gamma^2} E_0 \sin(k_z z) \cos(k_x x) \exp(i(k_y y - \omega t)), \\ E_x &= \frac{ik_y k_x}{\gamma^2} E_0 \cos(k_x x) \sin(k_z z) \exp(i(k_y y - \omega t)), \\ E_y &= E_0 \sin(k_x x) \sin(k_z z) \exp(i(k_y y - \omega t)), \\ E_z &= \frac{ik_y k_z}{\gamma^2} E_0 \sin(k_x x) \cos(k_z z) \exp(i(k_y y - \omega t)). \end{aligned} \quad (5.49)$$

donde $E_0 = |E_0| \exp(i\omega t_0)$. Después de un poco de algebra, es posible mostrar que

$$\begin{aligned}
C_{\text{TM}}^d &= \frac{-4}{(\omega T)^2 - (m\pi)^2} |E_0| \sin\left(\frac{l\pi\alpha}{a}\right) \left[k_x \left(\omega T \cos\left(\frac{m\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{\omega T}{2}\right) - m\pi \cos\left(\frac{\omega T}{2}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{2}\right) \right) \right. \\
&\times \left(-d_x \frac{k_y}{\gamma^2} T + m_z \frac{\omega}{\gamma^2} T + b d_y \frac{\omega}{\gamma^2} \right) + \left(\omega T \cos\left(\frac{\omega T}{2}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{2}\right) - m\pi \cos\left(\frac{m\pi}{2}\right) \sin\left(\frac{\omega T}{2}\right) \right) \\
&\times \left. \left(-d_y T - b m_z \right) \right] \sin(\omega t_0). \tag{5.50}
\end{aligned}$$

Usando un razonamiento análogo al modo TE, obtenemos una contribución de la fase, nuevamente independiente de la velocidad, pero proporcional a m_z . Como hemos estado asumiendo que $|\mathbf{m}| \ll |\mathbf{d}|$, esta contribución resulta $|C_{\text{TM}}^d| \ll |C_{\text{TE}}^d|$. Finalmente, podemos mencionar que en el modo TM, no hay componente del campo magnético a lo largo del eje de la guía, y consecuentemente, la fase AB es nula. Por tanto, la fase AC es la única que esperamos encontrar.

5.2.3 Estimaciones numéricas

Cuando comparamos los factores de pérdida de coherencia para partículas cargadas y neutras, por ejemplo en la Ec.(5.33), asumimos que los parámetros relevantes del experimento (velocidad, separación máxima) se mantenían iguales en ambos casos. Aunque teóricamente es una línea de pensamiento válida, resulta poco realista. Por tanto, en esta sección, consideraremos los valores reales utilizados en experimentos de interferometría con partículas cargadas y neutras. En todos los casos, asumiremos las dimensiones de la guía aproximadamente $a \sim \text{cm}$.

Por un lado, en experimentos de interferometría con haces de electrones, los paquetes de onda pueden ser separados hasta una distancia de $100\mu\text{m}$ [87]. Una velocidad típica, no relativista es $v_e \sim 0.1$, lo cual implica una relación $\omega T \sim 10$ para un campo de longitud de onda $\lambda \sim 100\mu\text{m}$.

Por otro lado, en interferometría con átomos neutros, la máxima distancia de separación posible es 1 mm [88, 89]. Las velocidades de los átomos son aproximadamente $v_d \sim 10^{-5}$ [90].

La densidad de energía del campo electromagnético se calcula según $\rho_{\text{onda}} = E_0^2/2$, para una onda plana. La densidad de energía para el campo dentro de la guía de onda es $\rho_{\text{guia}} = (aB_0)^2/\lambda^2$. Considerando los valores típicos de λ y a mencionados, podemos ver que $a/\lambda \sim 1$ para dipolos, mientras que para electrones se verifica $a/\lambda \sim 10$. Como estamos usando las unidades de Lorentz Heaviside $\hbar = c = 1$, ρ también es el flujo de energía del campo electromagnético. Por tanto, asumiremos un flujo aproximado de Watts/cm^2 .

Con todos estos valores experimentales, podemos estimar el factor $F = J_0(|C|)$, con los correspondientes C calculados en la sección precedente. Los resultados los presentamos en la Tabla 5.1. Como se puede observar, los resultados para los electrones son de orden uno o

Trayectorias	Electrones	Dipolos
$ C $	1	10^{-6}
$ C_{\text{ellip}} $	10	10^{-3}
$ C_{\text{asym}} $	10	10^{-1}
$ C_{\text{TE}_{1,0}} $	1	10^{-1}

Tabla 5.1: Orden de magnitud del valor absoluto del factor C para todas las trayectorias estudiadas, tanto para electrones como dipolos.

mayor, lo cual significa que el efecto es experimentalmente observable. Por el contrario, los resultados para los dipolos son mucho más chicos en algunos casos, mientras que en otros son sólo un orden menor. En el caso de electrones, hemos demostrado que es posible obtener una destrucción completa del patrón de interferencia, fijando el valor de C en un cero de la función de Bessel. Por otro lado, en un experimento de interferencia con átomos neutros, el mejor montaje experimental resulta la trayectoria asimétrica, ya que el factor C no depende de la velocidad de la partícula y podría ser no despreciable. Sin embargo, podríamos considerar otro tipo de partículas neutras. Las moléculas C_{60} y C_{70} (fulerenos) han sido utilizadas para experimentos de interferometría. Estos sistemas mesoscópicos [33, 34] están compuestos de un número grande de átomos, pero aún así, pueden ser descriptos por una función de onda. En este contexto, podemos estimar el factor de decoherencia F utilizando los valores experimentales de dichos sistemas. A pesar de que puede ser considerado un modelo muy sencillo para estas moléculas, nos puede dar una estimación cuantitativa de la magnitud de este efecto en sistemas neutros muy masivos. Estas moléculas tienen una velocidad similar a los átomos neutros que hemos considerado, pero viajan distancias más grandes. Por tanto, debemos considerar una longitud de onda más grande, por lo menos del mismo orden de la distancia total que recorren los fulerenos. Además, debemos resaltar que en el experimento de Hornberger *et al.* [35], el laser que se utilizó era de potencia 26Watts/cm^2 (del orden de nuestra estimación). Con estos valores, y considerando la trayectoria asimétrica, el factor C para los fulerenos es $|C_{\text{asim}}^{\text{fulerenos}}| \approx 1$, indicando que la atenuación o destrucción del patrón de interferencia puede ser observable. De hecho, la atenuación de dicho patrón fue observada en [35].

5.2.4 Aplicación: pérdida de visibilidad en un experimento de dos rendijas

En esta sección estudiaremos la disminución de la visibilidad de las franjas de interferencia en experimentos homónimos con partículas, ya sea átomos neutros fríos y fullerenos. La pregunta que nos gustaría responder es ¿cómo afecta la decoherencia o el *dephasing* al patrón de interferencia en estos experimentos? Es decir, ¿cómo se reduce la visibilidad en estos experimentos y en qué escala característica?

Por lo general, el principal problema que tienen los experimentos de interferencia con partículas es determinar las verdaderas razones por las cuales hay pérdida de coherencia espacial. Este hecho se manifiesta en una reducción de la visibilidad de las franjas de interferencia; es decir, una disminución del contraste entre máximos y mínimos. En principio, estos efectos podrían explicarse debido a la interacción de las partículas con las rendijas, generando vibraciones o interacciones de Van der Waals [91]; o bien, en la diferencia de tamaño de las rendijas [92]. En este trabajo no consideraremos dichos efectos porque, en general, y bajo condiciones experimentales apropiadas, resultan despreciables. Por tanto, asumiremos que los haces de partículas son coherentes y su diámetro mucho menor que el ancho de las rendijas. Es posible encontrar factores que afectan la coherencia espacial de las partículas durante su trayecto hacia la pantalla. Estos efectos dinámicos *decoherentes* se los puede atribuir a las colisiones con las moléculas de aire y fotones térmicos. La no monocromaticidad del haz y la aleatoriedad en su emisión (debido a la dificultad experimental de producir el mismo estado inicial para todos los haces de partículas) también pueden originar una pérdida de coherencia espacial a través del carácter fluctuante de la fase, es decir el *dephasing* estudiado anteriormente en este capítulo.

En lo que sigue estudiaremos numéricamente el patrón de interferencia entre partículas de masa M , que pasan por dos rendijas separadas una distancia $2L_0$ en la dirección \hat{x} . El patrón es observado en una pantalla distante, ubicada en la dirección \hat{y} . Las partículas pasan a través de las rendijas y viajan una distancia L hasta alcanzar la pantalla en un tiempo de vuelo $t_L = ML/p_0$, donde p_0 es el momento inicial en la dirección \hat{y} . Asumiremos que las partículas son coherentes en la dirección \hat{x} ; mientras que la dinámica en la dirección \hat{y} será la de una partícula libre viajando una distancia L en un tiempo de vuelo t_L .

El experimento comienza con la preparación de un estado inicial, el cual corresponde a una superposición coherente de dos paquetes de ondas, cada uno centrado en cada una de las rendijas, factorizado de la siguiente manera [93, 94] $\psi_S(\vec{x}, 0) = (\phi_1(x, 0) + \phi_2(x, 0)) \otimes \chi(y, 0)$, donde $|\phi_1|^2$ y $|\phi_2|^2$ corresponden a la amplitud de probabilidad de la partícula de pasar por la rendija 1 y por la rendija 2, respectivamente; mientras que $\chi(y, t)$ es una función de onda

gaussiana en la dirección \hat{y} . Estamos suponiendo, además, invariancia traslacional en \hat{z} .

Cuando el sistema es abierto, la evolución está plagada de características no unitarias, como fluctuación y disipación; independientemente de cuán chico sea el acoplamiento de éste a su entorno. Asumiremos que, inicialmente, el estado total del sistema, partícula + entorno, se factoriza de la siguiente manera

$$\Psi(\vec{x}, \vec{X}, 0) = [\phi_1(x, 0) + \phi_2(x, 0)] \otimes \chi(y, 0) \otimes \zeta(\vec{X}, 0), \quad (5.51)$$

donde hemos introducido la función $\zeta(\vec{X}, t)$ para describir el estado del entorno.

El patrón de interferencia observado en la pantalla a un tiempo dado t , corresponde a la distribución de probabilidad asociada a la función de onda a dicho tiempo, definida por

$$P(\vec{x}, t) = \rho_r(x, x, t) |\chi(y, t)|^2 = \left(|\phi_1(x, t)|^2 + |\phi_2(x, t)|^2 + 2\Gamma(t) \text{Re}(\phi_1^*(x, t) \phi_2(x, t)) \right) |\chi(y, t)|^2 \quad (5.52)$$

donde hemos escrito explícitamente la relación entre el patrón de interferencia y la matriz densidad reducida del sistema. En esta expresión podemos notar la aparición del factor de solapamiento o de decoherencia, mencionado en varias secciones de esta Tesis. $\Gamma(t)$ contiene la información del entorno, independientemente de la forma que se haya obtenido.

Para especificar el efecto del entorno debemos decidir qué camino seguir. Podríamos suponer que el entorno está modelado por un número grande de osciladores armónicos y resolver la ecuación maestra Ec.(2.3) con los coeficientes correspondientes a la temperatura del entorno. De esta forma, obtendríamos la $\rho_r(\vec{x}, t)$ y de ahí podríamos conocer el patrón de interferencia a cualquier tiempo (Ec.(5.52)). Así estaríamos estudiando, el efecto *decoherente* dinámico que produce la interacción de las partículas con las paredes de las rendijas al pasar a través de ellas; $\Gamma(t)$ sería simplemente $\Gamma(t) = \exp(-\mathcal{D}t)$ con $\mathcal{D} = 2M\gamma_0 k_B T$ ³. Otra alternativa, sería pensar que la reducción de la visibilidad del patrón de interferencia se debe a las colisiones de las partículas con las moléculas de aire durante su tiempo de vuelo. En ese caso, la ecuación dinámica que habría que resolver sería una ecuación maestra markoviana [95, 96] del tipo

$$i \frac{\partial \rho_r}{\partial t} = [H, \rho_r] - i\Lambda[x, [x, \rho_r]]. \quad (5.53)$$

El efecto del entorno está resumido en el factor Λ adicionado a la evolución libre del sistema. Este modelo considera los efectos difusivos generados por Λ pero desprecia la disipación [97, 98]. Por ejemplo, en [94], los autores consideraron $\Lambda = \Lambda_{\text{aire}} + \Lambda_{\text{fotones}}$. De esta

³Los experimentos realizados a temperatura ambiente con fullerenos y átomos fríos satisfacen la condición de temperatura alta.

forma, el efecto del entorno está contenido en $\Gamma(t) = \exp(-\Lambda t)$ y, por lo general, Λ es estimada fenomenológicamente a partir de la longitud de onda de las partículas y la sección eficaz de las mismas. En este contexto, otros modelos de decoherencia, como por ejemplo el de Hornberger, Sipe y Arndt [99], se pueden aplicar. Finalmente, otra alternativa es considerar un modelo de *dephasing* como el desarrollado en este capítulo. La interacción entre las partículas y el campo electromagnético clásico dependiente del tiempo induce una fase de Aharonov fluctuante [19, 20]. En este caso, $\Gamma = F = \langle e^{i\phi} \rangle$ con F y ϕ definidas en la Ec.(5.27).

En lo que sigue, sólo nos limitaremos a desarrollar el modelo de *dephasing* y analizar numéricamente la visibilidad de su patrón de interferencia en función del tiempo. Los otros casos pueden ser leídos en detalle en [22]. Por último, compararemos nuestros resultados numéricos con los datos de un experimento de interferencia con átomos fríos y fullerenos.

Análisis numérico del patrón de interferencia

Para reproducir el patrón de interferencia de un experimento verdadero, deberemos ser un poco más precisos al escribir la función de onda del sistema. En particular, a un tiempo inicial, tendremos, para el sistema cuántico

$$\psi(\vec{x}, 0) = N \left(\exp\left(-\frac{(x - L_0)^2}{4\sigma_{x0}^2}\right) + \exp\left(-\frac{(x + L_0)^2}{4\sigma_{x0}^2}\right) \right) \exp\left(-\frac{y^2}{4\sigma_{y0}^2} - ik_y y\right) \quad (5.54)$$

donde $2L_0$ es la separación inicial de los centros de los paquetes gaussianos, σ_{x0} , σ_{y0} y k_y son parámetros libres del modelo que deben ser ajustados según los datos experimentales. Además, asumiremos que $\Delta p_y \ll p_y$, de modo que el momento en esa dirección está bien definido y el paquete de onda tiene una longitud de onda asociada λ_{dB} tal que $\lambda_{dB} \sim \hbar/p_y \ll \Delta y$.

La matriz densidad correspondiente a la función de onda de la Ec.(5.54). es

$$\begin{aligned} \rho_r(\vec{x}, \vec{x}', 0) &= \rho_r(x, x', 0) \otimes \rho_r(y, y', 0) \\ &= 2N^2 \left(\cosh(2L_0(x + x')) + \cosh(2L_0(x - x')) \right) \chi(y, 0)^* \chi(y', 0). \end{aligned}$$

La evolución dinámica de esta matriz puede ser reproducida utilizando una matriz densidad gaussiana en la aproximación de Born [94, 100] (que no implica que estemos mirando la interferencia de campo lejano o Fraunhofer). De esta forma, la intensidad que se registra en la pantalla a un tiempo posterior t , es

$$P(x, t) = e^{-\tilde{N}(t)} e^{-4C(t)(x^2 - L_0^2)} \left(\cosh(8C(t)L_0 x) + \Gamma(t) \cos(4B(t)L_0 x) \right), \quad (5.55)$$

donde hemos absorbido el término gaussiano $|\chi(y, t)|^2$ de la dirección \hat{y} en la normalización $e^{-\tilde{N}(t)}$.

Simularemos el experimento de interferometría de la siguiente manera. Haremos evolucionar la matriz densidad inicial según el método numérico detallado en el Apéndice A. La única diferencia es que fijaremos $\gamma_0 = 0$, de modo de eliminar la contribución del entorno, ya que ésta está contenida en el factor F que calculamos con anterioridad para neutrones (en la Tabla 5.1) y fulerenos. De esta forma, tendremos acceso a la matriz densidad del sistema, o mejor dicho, a los parámetros $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$, a todo tiempo. Cuantificaremos la pérdida de contraste del patrón de interferencia definiendo una función llamada visibilidad ν , de particular importancia a nuestros fines,

$$\nu = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

donde I_{\max} y I_{\min} representan los máximos y mínimos vecinos de interferencia, respectivamente. Es fácil ver que, en función de la matriz densidad, podemos escribir esta cantidad aproximando

$$\nu(t) \sim \frac{|\rho_{\text{int}}(x, x, t)|}{\rho_{11}(x, x, t) + \rho_{22}(x, x, t)},$$

donde $\rho_{ii} = |\phi_i(x, t)|^2$, con $i = 1, 2$ y ρ_{int} contiene los términos de interferencia. El valor de esta función varía desde 0 (no hay franjas) hasta 1 (visibilidad total de las franjas). En nuestro modelo de *dephasing*, la función visibilidad obtenida numéricamente es:

$$\nu_C(t) \approx \frac{J_0(|C|)}{\cosh(8L_0C(t)x)}.$$

Recordemos que el factor $\Gamma = F$ es constante en el tiempo a diferencia del factor de decoherencia que se hubiera obtenido al considerar otro modelo, por ejemplo $\Gamma(t) = \exp(-\mathcal{D}t)$ o $\Gamma(t) = \exp(-\Lambda t)$. En la Fig.5.7 mostramos nuestros resultados. En el modelo que aquí estamos estudiando, la interacción entre las partículas neutras con momento dipolar permanente y el campo electromagnético clásico está siempre presente y no se puede “apagar”. Sin embargo, como hemos demostrado con anterioridad en el caso de los neutrones, el efecto es muy pequeño, totalmente despreciable de realizar un experimento. Pero, resulta inesperadamente relevante a la hora para experimentos partículas masivas como, por ejemplo, los fulerenos C_{60} o C_{70} , ya que $C_F \sim \mathcal{O}(1)$.

Por último, aplicaremos nuestro modelo de *dephasing* a los datos experimentales reportados en [35] durante la observación del patrón de interferencia de fulerenos C_{70} . El resultado se presenta en la Fig.5.8. Para estas partículas masivas, podemos observar que el patrón de interferencia se atenúa cuando el sistema es abierto. Los efectos incoherentes contenidos en el factor de solapamiento Γ_C son suficientes para reproducir los efectos del entorno en el

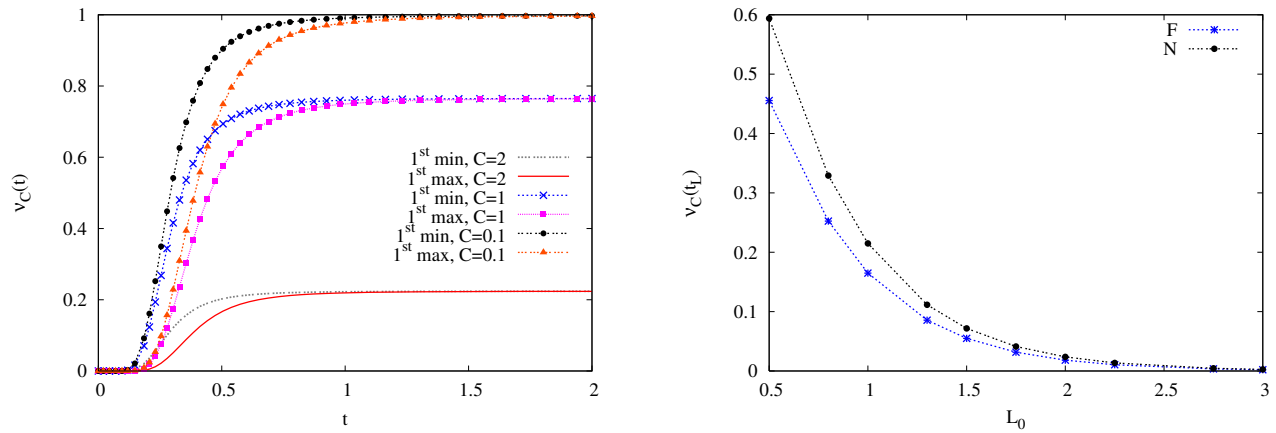


Fig. 5.7: *Izquierda:* Evolución temporal de la función visibilidad $\nu_C(t)$ para neutrones ($C_{\text{neutrons}} = 0.1$) y fulerenos ($C_{\text{fullerenes}} = 1$ y $C_{\text{fullerenes}} = 2$) en presencia de un campo electromagnético clásico dependiente del tiempo. Las curvas son para el primer máximo y primer mínimo del patrón. Vemos que todas las curvas alcanzan un valor asintótico distinto de cero. *Derecha:* La función visibilidad $\nu_C(t)$ como función de la separación de las rendijas L_0 para un tiempo fijo $t_L = 0.2$ s con $\sigma_{x0} = 0.5$ s $^{-1}$. Las curvas son para el primer máximo de interferencia en el caso de neutrones y fulerenos. L_0 está medido en unidades de s $^{-1}$.

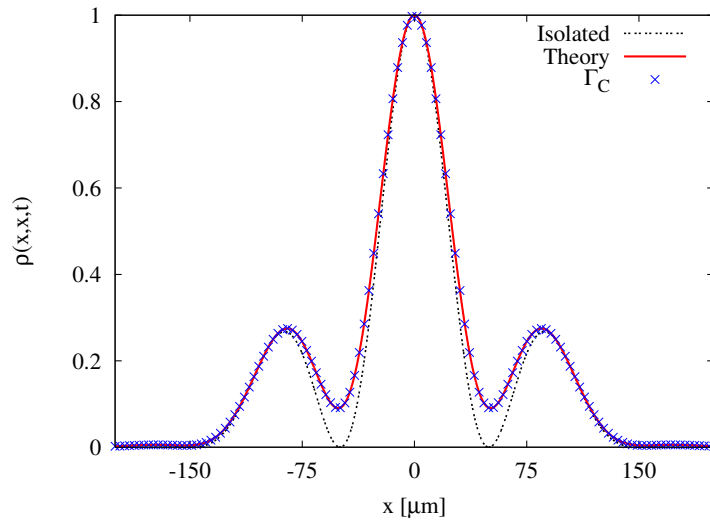


Fig. 5.8: El patrón de interferencia, con una visibilidad $\nu_C \sim 0.62$, que se observaría en una pantalla, tras considerar el modelo de *dephasing* para un experimento de interferencia entre moléculas masivas. Las curvas graficadas representan el caso aislado, la predicción teórica utilizando los datos experimentales reportados en [35] y los resultados nuestros utilizando el modelo de *dephasing* con $C = 1$.

patrón de interferencia de un experimento verdadero con fullerenos. La atenuación de dicho patrón fue observada en [35], en un experimento donde el campo clásico de nuestro modelo puede representar el laser utilizado en dicho experimento.

5.3 Fases geométricas en el modelo espín-bosón

Como hemos mencionado antes, los sistemas cuánticos tienen la capacidad de retener la información de sus movimientos en el espacio de Hilbert a través de la adquisición de una fase geométrica. Estos factores de fase dependen sólo de la geometría del camino elegido por el sistema durante la evolución y no del camino mismo. La fase de Berry es un fenómeno cuántico relacionado a la evolución adiabática de un sistema como hemos mencionado al principio de este capítulo. Recientemente, se ha sugerido que debiera ser posible observar la fase de Berry (FB) en una estructura superconductora [101], y posiblemente, usarla para controlar la evolución de un estado cuántico [102]. Sin embargo, esta afirmación no tiene en cuenta el acoplamiento del sistema cuántico al entorno, el cual, en dichas estructuras, no resultan despreciables [103]. La presencia del entorno y su injerencia en la FB también resulta de gran importancia en experimentos que intentan manipular sistemas de dos niveles, o *qubits* [102].

En este contexto, estudiaremos la fase de Berry de un sistema que no está completamente aislado. Los sistemas reales, están acoplados a un entorno y esta interacción se hace evidente cuando se estudia el espectro de energías del sistema, ya que se vuelve un espectro continuo. Originalmente, la FB se definió para sistemas cuyos estados estaban separados por un intervalo finito de energía. Al pasar de un espectro discreto a uno continuo, uno esperaría que los parámetros del Hamiltoniano no pudieran ser variados de forma suficientemente lenta como para ser considerada una evolución adiabática. Esto significa que no sería posible observar una FB en ese sistema, o de forma más general, en ningún sistema de la Naturaleza. Este argumento resulta demasiado simplista ya que se han realizado experimentos que observaron la FB, ya sea de forma directa o indirecta [104, 105]. Consideraremos un sistema cuántico sencillo, de dos niveles, que exhibe FB y lo acoplaremos a un entorno, de manera bilineal, el cual está compuesto por un número muy grande de osciladores armónicos. Intentaremos responder dos preguntas. En primer lugar, ¿bajo qué condiciones la FB puede ser observada? Y en segundo lugar, ¿si la fase que se observa es igual a la FB del sistema aislado? Si no lo es, ¿es ésta de naturaleza geométrica?

Consideraremos sistema a aquellos grados de libertad de los cuales podemos tener control. De esta manera, podemos preparar el sistema en el estado que deseamos y elegir los

parámetros del Hamiltoniano bajo los cuales queremos que evolucione. El entorno consiste de todos los grados de libertad a los cuales no tenemos acceso experimental. Generalmente, lo más eficiente que se puede lograr es asegurar que el universo, sistema + entorno, esté en equilibrio térmico a temperatura T . Si, además, se logra bajar la temperatura T a cero, entonces podríamos preparar al universo en su estado fundamental.

La idea original de Berry, que consideraba una evolución adiabática y cíclica, fue generalizada en varios aspectos. Mientras que la mayoría de ellas han sido para estados puros, algunas pocas se han concentrado en analizar esta fase para el caso de estados mixtos, probablemente motivadas en la implementación de *qubits*. En este contexto, en [107] los autores presentaron una definición alternativa de las fases geométricas (FG) para operadores densidad no degenerados, basados en interferometría cuántica. Por otro lado, en [108] se definió la FG para un estado mixto, pero desde un punto de vista cinemático. Además, se extendió el estudio al caso de operadores densidad degenerados. Ambos enfoques, el cinemático y el interferométrico, son equivalentes, lo cual fue demostrado recientemente en [106]. Finalmente, una buena generalización de las FGs al caso de una evolución no unitaria para estados mixtos fue realizada en [109], lo cual puede ser fundamental para la evaluar la solidez de la llamada Computación Cuántica Geométrica. Allí, se propuso una representación funcional de la fase geométrica, la cual obtuvieron tras la sustracción de la fase dinámica de la fase total adquirida por el sistema a través de una transformación de gauge.

En este contexto, la FG de un estado mixto que evoluciona de manera no unitaria fue definida como [109] :

$$\Phi = \arg\left\{\sum_k \sqrt{\varepsilon_k(0)\varepsilon_k(\tau)} \langle \Psi_k(0) | \Psi_k(\tau) \rangle e^{-\int_0^\tau dt \langle \Psi_k | \frac{\partial}{\partial t} | \Psi_k \rangle}\right\}, \quad (5.56)$$

donde $\varepsilon_k(t)$ son los autovalores y $|\Psi_k\rangle$ los autovectores de la matriz densidad reducida del sistema ρ_r . En la expresión Ec.(5.56), τ denota el tiempo en el cual el sistema aislado completa un ciclo de la evolución. Cuando se considera el efecto del entorno sobre el sistema cuántico, éste ya no sigue una evolución cíclica. No obstante, en adelante consideraremos una evolución cuasi-cíclica, es decir $\mathcal{P} : t \in [0, \tau]$ con $\tau = 2\pi/\Omega$ (Ω es la frecuencia del sistema) [109]. Hay que destacar que la fase de la Ec.(5.56) es invariante de gauge y que corresponde a la fase geométrica unitaria en el caso que el estado es puro y el sistema cerrado [107, 108].

El conocimiento de las FGs nos hace pensar que éstas pueden ser observadas en experimentos que se llevan a cabo en una escala característica suficientemente “lenta” donde las correcciones no adiabáticas de la evolución pueden ser ignoradas, pero, a su vez, lo

suficientemente “rápida” para evitar que el entorno destruya completamente el patrón de interferencia [110]. Hasta ahora, no ha habido evidencia experimental de la existencia de FGs para estados mixtos durante evoluciones no unitarias. Lo que haremos en esta sección es analizar cómo se ven afectadas las FGs debido al proceso de pérdida de coherencia. Veremos cuán robustas resultan frente a los efectos difusivos y también, bajo qué condiciones pueden ser observadas. En este contexto, presentaremos un modelo espín-bosón sencillo y calcularemos las correcciones a la fase geométrica unitaria debido a diferentes tipos de entornos. Finalmente, estimaremos los tiempos de pérdida de coherencia a partir de los cuales las FGs ya no resultan observables porque, literalmente, desaparecen.

En lo que sigue, estudiaremos un sistema de dos niveles, o *qubit*, acoplado a un baño térmico. La principal característica de este modelo, es que resulta resoluble de manera exacta y la pérdida de coherencia es el único efecto difusivo inducido en el sistema, es decir, no hay disipación. Este caso, es una situación particular del espín-bosón de Legget [52] (donde el término relacionado al efecto túnel cuántico es $\Delta = 0$) y ha sido ampliamente usado para estudiar la pérdida de coherencia en Computación Cuántica [111]. Particularmente, este modelo resulta relevante en las propuestas de observación FGs en nanocircuitos superconductores [112]. Nos concentraremos en entornos óhmicos y supraóhmicos, a temperatura alta, baja y cero.

El Hamiltoniano que describe la acción completa del sistema de dos niveles con el entorno es

$$H_{\text{SB}} = \frac{1}{2}\hbar\Omega\sigma_z + \frac{1}{2}\sigma_z \sum_k \lambda_k (g_k a_k^\dagger + g_k^* a_k) + \sum_k \hbar\omega_k a_k^\dagger a_k, \quad (5.57)$$

donde el entorno está descrito en función de un conjunto de osciladores armónicos acoplados linealmente al sistema de dos niveles, a través de la coordenada de posición de estos últimos. El Hamiltoniano de interacción, proporcional a σ_z , indica que el estado del entorno es sensible sólo a los valores de σ_z ; es decir, observa únicamente si el sistema está en $|\uparrow\rangle$ o $|\downarrow\rangle$. La razón para considerar este acoplamiento es que los efectos de un acoplamiento proporcional a σ_x y/o σ_y resultan importantes para determinar la renormalización de la frecuencia natural del sistema. Sin embargo, en este caso $[\sigma_z, H_{\text{int}}] = 0$ y por tanto, la ecuación maestra correspondiente se simplifica bastante, ya que no hay efectos ni de renormalización ni disipación. Además, si $[\sigma_z, H_{\text{int}}] = 0$, las poblaciones de los términos de la diagonal se mantienen constante, es decir

$$\begin{aligned} \rho_{11} &= \text{Tr}_{\mathcal{E}} |1\rangle\langle 1| \rho(t) = \langle 1 | \rho_r(t) | 1 \rangle; \\ \rho_{00} &= \text{Tr}_{\mathcal{E}} |0\rangle\langle 0| \rho(t) = \langle 0 | \rho_r(t) | 0 \rangle, \end{aligned}$$

donde $\rho(t)$ es la matriz densidad del sistema total. Antes de determinar la ecuación maes-

tra de este sistema, podemos notar que el Hamiltoniano de interacción en la homónima representación es

$$H_I(t) = e^{iH_0t} H_I e^{-iH_0t} = \sum_k \sigma_z \left(g_k a_k^\dagger e^{i\omega_k t} + g_k^* a_k e^{-i\omega_k t} \right), \quad (5.58)$$

y el operador de evolución temporal unitario en la misma representación

$$U(t) = T_{\leftarrow} \exp \left(-i \int_0^t ds H_I(s) \right). \quad (5.59)$$

Como el conmutador del Hamiltoniano de interacción a dos tiempos distintos es una función del tipo,

$$[H_I(t), H_I(t')] = -2i \sum_k |g_k|^2 \sin(\omega_k(t - t')) \equiv -2i\varphi(t - t'), \quad (5.60)$$

obtenemos

$$\begin{aligned} U(t) = & \exp \left(-\frac{1}{2} \int_0^t ds \int_0^t ds' [H_I(s), H_I(s')] \theta(s - s') \right) \exp \left(-i \int_0^t ds H_I(s) \right) \\ & \exp \left(i \int_0^t ds \int_0^t ds' \varphi(s - s') \theta(s - s') \right) V(t), \end{aligned} \quad (5.61)$$

donde hemos definido al operador unitario $V(t)$ como

$$V(t) = \exp \left(\frac{1}{2} \sigma_z \sum_k (\alpha_k a_k^\dagger + \alpha_k^* a_k) \right), \quad (5.62)$$

cuyas amplitudes $\alpha_k = 2g_k \frac{1 - e^{i\omega_k t}}{\omega_k}$. Con ésto, podemos conocer el comportamiento en el tiempo de las coherencias de la matriz densidad del sistema asumiendo que a tiempo cero el sistema y el entorno no están correlacionados, es decir $\rho(0) = \rho_r(0) \otimes \rho_B$, con ρ_B un estado térmico de equilibrio,

$$\rho_{r_{ij}}(t) = \langle i | \rho_r(t) | j \rangle = \langle i | \text{Tr}_{\mathcal{E}} V(t) \rho(0) V^{-1}(t) | j \rangle, \quad (5.63)$$

es decir,

$$\rho_{r_{10}}(t) = \rho_{r_{01}}^*(t) = \rho_{r_{10}}(0) e^{\mathcal{A}(t)}, \quad (5.64)$$

donde hemos elegido el nombre \mathcal{A} en analogía al coeficiente de visibilidad A_{int} del Capítulo 2. El coeficiente $\mathcal{A}(t)$ lo podemos conocer con la ayuda de las Ecs.(5.62) y (5.63),

$$\mathcal{A}(t) = \ln \text{Tr}_B \left\{ \exp \left(\sum_k (\alpha_k a_k^\dagger + \alpha_k^* a_k) \rho_B \right) \right\} = \sum_k \ln \left\langle \exp(\alpha_k a_k^\dagger + \alpha_k^* a_k) \right\rangle. \quad (5.65)$$

Los corchetes angulares denotan el valor de expectación con respecto al estado inicial del entorno. Esta expresión puede ser fácilmente escrita como

$$\chi(\alpha_k, \alpha_k^*) \equiv \left\langle \exp(\alpha_k a_k^\dagger + \alpha_k^* a_k) \right\rangle \equiv \exp \left\{ -\frac{1}{2} |\alpha_k|^2 \left\langle \{a_k, a_k^\dagger\} \right\rangle \right\} \quad (5.66)$$

Si, ahora, hacemos el pasaje a una densidad espectral continua $I(\omega)$, obtenemos la función de decoherencia, definida según:

$$\mathcal{A}(t) = - \int_0^\infty d\omega I(\omega) \coth\left(\frac{\omega}{2k_B T}\right) \frac{(1 - \cos(\omega t))}{\omega^2}. \quad (5.67)$$

De esta manera, hemos obtenido la expresión explícita de la función de decoherencia en este modelo. Resulta evidente que $\mathcal{A}(t)$, depende tanto de la temperatura del entorno, como de la forma de la densidad espectral $I(\omega)$. Este procedimiento, nos da el mismo resultado que si hubieramos realizado el método perturbativo de la serie de Dyson, mencionado en el Capítulo 1, para obtener la ecuación maestra del sistema reducido. En ese caso, asumiendo que (i) el sistema y el entorno no están inicialmente correlacionados y (ii) el entorno está inicialmente en equilibrio, la ecuación maestra exacta para la matriz densidad reducida es,

$$\dot{\rho}_r = -i\Omega[\sigma_z, \rho_r] - \mathcal{D}(t)[\sigma_z, [\sigma_z, \rho_r]], \quad (5.68)$$

donde

$$\mathcal{D}(s) = \int_0^s ds' \int_0^\infty d\omega I(\omega) \coth\left(\frac{\omega}{2k_B T}\right) \cos(\omega(s - s')).$$

El modelo describe un mecanismo puramente “decoherente”, conteniendo únicamente el término de difusión $\mathcal{D}(t)$. Los métodos se relacionan a partir de $\mathcal{A}(t) = \int_0^t ds \mathcal{D}(s)$.

5.3.1 Cálculo de la fase geométrica

En esta sección, calcularemos la fase geométrica para el modelo espín-bosón. Como ya mencionamos, las poblaciones de los términos diagonales de la matriz densidad se mantienen constante; es decir, $\rho_{r_{ii}}(t) = \rho_{r_{ii}}(0)$, para $i = 0, 1$. Luego, la solución para los términos fuera de la diagonal será

$$\rho_{r_{01}}(t) = e^{-i\Omega t - \mathcal{A}(t)} \rho_{r_{01}}(0) \quad (5.69)$$

donde $\rho_{r_{01}}(0)$ es una constante determinada a partir de las condiciones iniciales. De esta forma, definimos el coeficiente de decoherencia como $\Gamma(t) = \exp(-\mathcal{A}(t))$, de manera análoga a los otros modelos estudiados en esta Tesis. Como $\mathcal{A}(t)$ es una cantidad real, la matriz densidad reducida se completa pidiendo que $\rho_{r_{01}}(0) = \rho_{r_{10}}(0)$ ya que $\rho_{r_{10}} = \rho_{r_{01}}^*$. Para un sistema de dos niveles, el espacio de Hilbert puede ser representado por los estados sobre y dentro de la esfera de Bloch (Fig.5.3). Luego, podemos asumir que, inicialmente, nuestro estado está en la superficie de dicha esfera (estado puro)

$$|\Psi(0)\rangle = \cos(\theta_0/2)|e\rangle + \sin(\theta_0/2)|g\rangle.$$

Así, la constante $\rho_{r01}(0)$ se determina a partir de $\rho_r(0) = |\Psi(0)\rangle\langle\Psi(0)|$. Para tiempos $t > 0$, la matriz densidad reducida es

$$\rho_r(t) = \begin{pmatrix} \cos(\theta_0/2)^2 & 1/2 \sin(\theta_0) e^{i\Omega t - \mathcal{A}(t)} \\ 1/2 \sin(\theta_0) e^{-i\Omega t - \mathcal{A}(t)} & \sin(\theta_0/2)^2 \end{pmatrix}.$$

Para calcular la fase geométrica definida en la Ec.(5.56), sólo necesitamos los autovalores y autovectores de la matriz densidad reducida. Los autovalores de esta matriz se calculan fácilmente, obteniendo

$$\varepsilon_{\pm}(t) = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\cos(\theta_0)^2 + \exp(-2\mathcal{A}(t)) \sin(\theta_0)^2}. \quad (5.70)$$

En el caso de los autovectores, sólo necesitaremos $|\Psi_+(t)\rangle$ ya que $\varepsilon_-(0) = 0$, y por tanto, la única contribución a la fase geométrica saldrá del autovector $|\Psi_+(t)\rangle$ y su correspondiente autovalor. El autovector buscado se escribe

$$|\Psi_+(t)\rangle = e^{-i\Omega t} \sin(\theta_t/2)|e\rangle + \cos(\theta_t/2)|g\rangle, \quad (5.71)$$

con $\tan(\theta_t/2) = \exp(-\mathcal{A}(t)) \cot(\theta_0/2)$. Es fácil ver que, cuando $\mathcal{A} = 0$, obtenemos los resultados de la evolución unitaria. En particular, lo que resulta importante calcular es el factor $\langle\Psi_k|\dot{\Psi}_k\rangle$ de la Ec.(5.56). Haciendo la derivada temporal del autovector, obtenemos $\langle\Psi_k|\dot{\Psi}_k\rangle = -i\Omega \sin(\theta_t/2)^2$. De esta forma, la fase geométrica de este sistema abierto es

$$\Phi = \arg \left\{ \sqrt{\varepsilon_+(\tau)\varepsilon_+(0)} \langle\Psi_+(\tau)|\Psi_+(0)\rangle e^{i\Omega \int_0^\tau dt \sin(\frac{\theta_t}{2})^2} \right\}.$$

Este resultado es válido para cualquier matriz densidad que tenga estos autovalores y autovectores, independientemente de la expresión exacta de $\mathcal{A}(t)$. Reemplazando las Ecs. (5.70) y (5.71) en la expresión de la fase, la fase geométrica asociada a una evolución semicíclica $\mathcal{P} : t \in [0, \tau]$ (con $\tau = 2\pi/\Omega$ [109]), asumiendo además $\cos(\theta_0/2) \geq 0$, es

$$\Phi = \Omega \int_0^\tau dt \sin\left(\frac{\theta_t}{2}\right)^2. \quad (5.72)$$

Para evaluar esta integral, haremos una expansión en potencias de la constante disipativa (γ_0). De esta forma, a orden cero en dicha constante, obtendremos la fase geométrica unitaria Φ^U y, a primer order, la corrección no unitaria a dicha fase. Así,

$$\Phi = \Phi^U + \delta\Phi \approx \pi(1 - \cos(\theta_0)) + \gamma_0 \frac{\Omega}{2} \sin(\theta_0)^2 \cos(\theta_0) \int_0^\tau dt \left[\frac{\partial \mathcal{A}(t)}{\partial \gamma_0} \right] \Big|_{\gamma_0=0},$$

donde $\Phi^U = \pi(1 - \cos(\theta_0))$ es el resultado de la fase para un sistema de dos niveles cuántico cerrado. Para evaluar la corrección a la fase unitaria, debemos especificar qué tipo de entorno tenemos; es decir, su densidad espectral y su temperatura. En lo que sigue analizaremos diferentes casos:

Entorno óhmico a temperatura alta. En este caso, la densidad espectral es de la forma $I(\omega) = \gamma_0/4 \omega e^{-\omega/\Lambda}$ y, además vale $\hbar\Lambda \ll k_B T$. Así, podemos aproximar $\coth(\beta\hbar\omega/2)$ en la Ec.(5.67) por $2k_B T/(\hbar\omega)$ y el coeficiente de decoherencia que se obtiene es $\mathcal{A}_{n=1,HT}(t) = (\gamma_0 \pi k_B T) t / \hbar$. De esta forma, podemos estimar la corrección a la fase unitaria como

$$\delta\Phi_{n=1,HT} = \pi^2 \gamma_0 \left(\frac{\pi k_B T}{\hbar \Omega} \right) \sin(\theta_0)^2 \cos(\theta_0). \quad (5.73)$$

Esta corrección es proporcional a $\gamma_0 k_B T / \hbar \Omega$, por lo cual resulta grande para entornos calientes y no debería ser despreciada (aunque $\gamma_0 \ll 1$). Nuestro resultado es formalmente similar a aquel encontrado en la Ref. [113]. Sin embargo, en ese trabajo, no existe un modelo específico sobre el entorno considerado ni una formulación sobre la dinámica de los sistemas abiertos.

Entorno óhmico a temperatura cero. En este caso, hay una escala temporal menos en comparación al caso de temperatura alta; por lo cual es esperable que la fase se corrija de una manera significativamente distinta. El factor $\coth(\beta\hbar\omega/2)$, en la definición de $\mathcal{A}(t)$ de la Ec. (5.67) puede ser reemplazado por 1 y $\mathcal{A}_{n=1,T=0}(t) = \gamma_0/2 \log(1 + \Lambda^2 t^2)$. Así, la corrección a la fase es

$$\delta\Phi_{n=1,T=0} = \pi \gamma_0 \left(-1 + \log\left(\frac{2\pi\Lambda}{\Omega}\right) \right) \sin(\theta_0)^2 \cos(\theta_0). \quad (5.74)$$

Lo importante de este caso, es que la corrección a la fase unitaria puede asociarse a las fluctuaciones cuánticas de vacío del entorno.

Podemos además considerar entornos no óhmicos. En el caso de entornos supraóhmicos, se manifiestan efectos no lineales en la dinámica de tiempos cortos, debido a las correlaciones del baño generadas por ω^n con $n > 1$. Lo interesante de esta situación es que el campo electromagnético puede ser modelado como un entorno supraóhmico, lo cual puede ser muy importante en óptica cuántica y en el cálculo de las fases geométricas. Por tanto, evaluaremos la corrección a la fase geométrica unitaria en presencia de dicho tipo de entorno.

Entorno supraóhmico a temperatura alta. Haciendo la misma aproximación para la $\coth(\beta\hbar\omega/2)$ de la Ec.(5.67) que en el caso óhmico, obtenemos el coeficiente de decoherencia en este caso $\mathcal{A}_{n=3,HT} = \frac{2k_B T}{\hbar} \gamma_0 \Lambda \left(\frac{\Lambda^2 t^2}{1 + \Lambda^2 t^2} \right)$. De esta forma, es fácil estimar la corrección a la fase unitaria como

$$\delta\Phi_{n=3,HT} = \pi \gamma_0 \left(\frac{2k_B T}{\hbar \Lambda} \right) \sin(\theta_0)^2 \cos(\theta_0). \quad (5.75)$$

Entorno supraóhmico a temperatura cero. De la misma forma que en los otros casos, podemos estimar la corrección a primer orden en γ_0 de la fase del sistema abierto como

$$\delta\Phi_{n=3,T=0} = \pi\gamma_0 \sin(\theta_0)^2 \cos(\theta_0). \quad (5.76)$$

Como Λ es la máxima frecuencia presente en el entorno, resulta válido asumir que $\Omega \leq \Lambda$. Si el paréntesis de la Ec.(5.74) es de orden uno y, por tanto, las correcciones a temperatura cero (Ecs.(5.74) y (5.76)), tanto del entorno óhmico como del supraóhmico, resultan similares en valor absoluto. Lo mismo ocurre en el caso de temperatura alta con las correcciones a la fase de las Ecs.(5.73) y Ec.(5.75).

Estos resultados son llamativamente interesantes y hacen evidente la solidez del modelo, y de la fase en sí misma. Si bien la fase unitaria del sistema no depende del camino elegido, la corrección no unitaria depende de los parámetros del entorno. Aún así, estas fases podrían ser observables bajo condiciones apropiadas. A continuación analizaremos dichas condiciones.

5.3.2 Tiempos de pérdida de coherencia

En adelante, estimaremos los tiempos de pérdida de coherencia en los diferentes casos mencionados anteriormente. Esta escala temporal corresponde al tiempo en el cual desaparecen los términos no diagonales de la matriz densidad, y resulta importante a la hora de planificar un experimento para medir las fases geométricas. Cuando $\mathcal{A}(t)$ es grande, las coherencias de la matriz desaparecen en una escala temporal $t_{\mathcal{D}}$ asociada a $\mathcal{A}(t)$, o bien, al factor de decoherencia $\Gamma(t)$. De esta forma, las interferencias cuánticas son eliminadas y desaparece el patrón de interferencia. Por tanto, estimaremos esta escala temporal $t_{\mathcal{D}}$ pidiendo la condición $\mathcal{A}(t_{\mathcal{D}}) \approx 1$ en cada caso.

Para el entorno óhmico a temperatura alta el coeficiente de decoherencia calculado es $\mathcal{A}_{n=1,HT}(t) = (k_B T \pi \gamma_0 / \hbar) t$. En este caso, el tiempo de pérdida de coherencia es extremadamente corto, ya que $t_D^{n=1,HT} = \hbar / (k_B T \pi \gamma_0)$, como se puede observar en la Fig.5.9. Este es el único caso que no depende explícitamente de la frecuencia de corte del entorno Λ . Por otro lado, cuando el entorno óhmico está a temperatura cero, el tiempo de decoherencia que se obtiene es $t_D^{n=1,T0} = e^{1/\gamma_0} / \Lambda$ para $\Lambda t \geq 1$. El proceso de pérdida de coherencia se hace presente en este entorno, pero en una escala temporal más larga que la del caso de temperatura alta. Esto concuerda con las estimaciones encontradas en el Capítulo 2 de esta Tesis para estos entornos. Como se puede observar en el gráfico inferior de la Fig.5.9, la pérdida de coherencia se ve retrasada cuanto más chico es el valor de γ_0 .

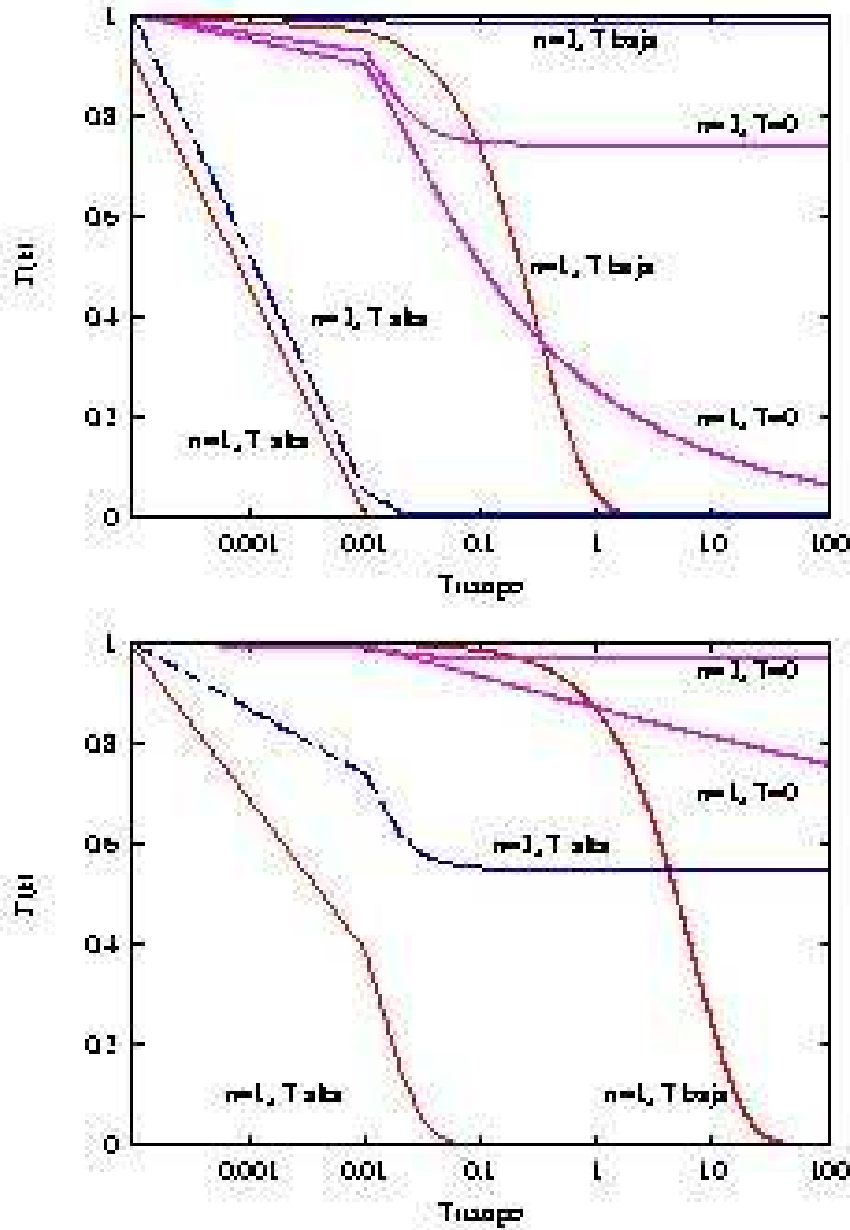


Fig. 5.9: Comparación entre los coeficientes $\Gamma(t)$ para el entorno óhmico ($n = 1$) y el supraóhmico ($n = 3$) para distintas temperaturas del entorno: alta ($T = 1000$), baja ($T = 1.55$) y cero ($\hbar = 1 = k_B$). Los valores de los parámetros usados son $\Lambda = 100\Omega$ y $\gamma_0 = 0.3$ en el gráfico superior mientras que $\Lambda = 100\Omega$ y $\gamma_0 = 0.03$ en el inferior. El tiempo está medido en unidades de Ω . Se puede notar que el límite de baja temperatura no es igual al caso de temperatura estrictamente cero.

En cuanto al entorno supraóhmico, veremos que el proceso de decoherencia tiene características bastante diferentes. En el caso de temperatura alta, el coeficiente de decoherencia estimado es $\mathcal{A}_{n=3,HT}(t) = (2k_B T \gamma_0) \Lambda t^2 / \hbar$ si $\Lambda t \ll 1$. Así, la estimación del tiempo de decoherencia es directa y se obtiene $t_D^{n=3,HT} = 1/\Lambda \sqrt{\hbar \Lambda / (2k_B T \gamma_0)}$. Sin embargo, si $\Lambda t \geq 1$, el coeficiente de decoherencia es cualitativamente diferente: $\mathcal{A}_{n=3,HT} = 2k_B T \gamma_0 / (\hbar \Lambda)$, ya que es constante en el tiempo. En este caso, la pérdida de coherencia en el sistema sólo se llevará a cabo si $2k_B T \gamma_0 \gg \hbar \Lambda$ y eso debe ocurrir en un tiempo $t < 1/\Lambda$, como se puede observar en el gráfico superior de la Fig.5.9. Por el contrario, en el gráfico inferior de dicha figura, el valor de γ_0 es bastante más chico y $k_B T \gamma_0 < \hbar \Lambda$, lo cual implica que $\mathcal{A}_{n=3,HT}$ nunca será de orden uno y la decoherencia no será efectiva en dicho entorno. Finalmente, si el entorno supraóhmico está a temperatura cero, el coeficiente de decoherencia estimado es $\mathcal{A}_{n=3,T0} = \gamma_0 \Lambda^4 t^4 / (1 + \Lambda^2 t^2)^2$. En la Fig.5.9, podemos notar que no hay pérdida de coherencia en el sistema para este caso. Esto se debe a que $\mathcal{A}_{n=3,T0} = \gamma_0$ para $\Lambda t \geq 1$. El factor de decoherencia entonces será constante $e^{-\gamma_0}$. Como $\gamma_0 < 1$, este factor nunca será cero.

En síntesis podemos notar que, a pesar de ser un modelo muy sencillo de decoherencia, reobtenemos las estimaciones de los tiempos de decoherencia realizados en entornos óhmicos y no óhmicos del Capítulo 2. Para medir la fase geométrica del sistema, la fase dinámica debe ser eliminada, ya sea utilizando la técnica de *spin echo* para espines en campos magnéticos [114], o bien, utilizando el transporte paralelo y asegurarse, así, que la fase dinámica es cero a todo tiempo. A pesar que el estado no adquiere una fase localmente, sí la adquiere globalmente, la cual es igual a la fase geométrica en el caso del sistema cuántico aislado. En el caso de sistemas abiertos hemos demostrado cómo se modifican estas fases en función de los parámetros que caracterizan al entorno. Consideramos que estas estimaciones resultan importantes a la hora de planificar un experimento de medición de fases geométricas para estados mixtos en evoluciones no unitarias [115], particularmente interesante en el marco de la Computación Cuántica. Según nuestro análisis, podemos afirmar que el mejor montaje experimental para lograr la medición de esta fase es el entorno supraóhmico en el caso de temperatura cero y régimen subamortiguado. Es decir, podría implementarse en una cavidad electromagnética superconductora.

Capítulo 6

Decoherencia de dominios y defectos durante una transición de fase

En este capítulo final, presentaremos un análisis completo acerca del proceso de pérdida de coherencia para un campo escalar que sufre una transición de fase. Las transiciones de fase con ruptura de simetría traen como consecuencia la formación de configuraciones de campo macroscópicas estables, llamadas dominios y defectos topológicos. El estudio del proceso de decoherencia en este contexto es crucial para entender la aparición de estas configuraciones clásicas a partir de un campo cuántico con ruptura de la simetría. Este capítulo resulta una continuación a una serie de trabajos realizados por Lombardo y colaboradores [24, 29, 31].

Por un lado, el ordenamiento que sufre el campo luego de una transición de fase de este tipo, se debe al crecimiento de la amplitud de las longitudes de onda inestables del mismo, las cuales surgen automáticamente a partir de los máximos inestables del potencial. A partir de los trabajos de Guth y Pi [116], resulta conocido el hecho que los modos inestables generan correlaciones a través del proceso de “squeezing” (igual que lo que ocurre en Óptica Cuántica). Por otro lado, la diagonalización de la funcional de decoherencia resulta inevitable al considerar el granulado grueso del campo.

Existen varias escalas temporales relevantes para ser tenidas en cuenta en la descripción de una transición de fase. Si ésta es rápida, la condición inicial del campo escalar puede ser descripta por un campo libre con un potencial invertido, es decir $(\text{masa})^2 < 0$. Ésto es válido hasta que la función de onda del campo explora los mínimos del potencial en un tiempo, conocido como el tiempo espinodal t_{esp} . En particular, el ordenamiento del campo luego de una transición de fase se debe al crecimiento de la amplitud de los modos inestables (longitudes de onda largas). Por tanto, los modos de longitudes de onda cortas del campo, junto con los otros campos externos con los cuales el campo sistema interactúa, forman un

entorno efectivo que, al efectuarle un proceso de granulado grueso, induce decoherencia en el campo sistema [24]. Es por esto, que existe otra escala temporal asociada al entorno, llamada tiempo de decoherencia t_D . Cuando $t > t_D$, el parámetro de orden se vuelve una entidad clásica [68].

Como es sabido las escalas temporales involucradas en el proceso de decoherencia son difíciles de obtener en teoría de campos y para estimarlas es necesario realizar aproximaciones. En el marco de la teoría cuántica de campos, F.C. Lombardo y F.D. Mazzitelli [24] desarrollaron un método para estudiar en forma cuantitativa y de manera aproximada los efectos difusivos que producen decoherencia. Para ello consideraron un campo escalar φ con autointeracción $\lambda\varphi^4$ y usaron una longitud de onda crítica para separar a los modos del campo en dos sectores: aquellos con longitudes de onda mayores a la crítica y los modos restantes. En este modelo estudiaron la decoherencia para los modos de longitud de onda “larga” como función de la longitud crítica. En particular, realizaron dicho estudio para un campo φ acoplado conformemente a la curvatura de un espacio-tiempo de de Sitter y mostraron que la pérdida de coherencia es efectiva si la longitud crítica es mayor al radio de Hubble en el contexto de modelos Inflacionarios de Cosmología.

Continuando con el desarrollo del método, estos autores junto con R.J. Rivers [29, 31], consideraron el problema de la validez de la aproximación clásica para el parámetro de orden de una transición de fase de segundo orden, producida por la ruptura de una simetría. Trabajando en el espacio-tiempo de Minkowski, estudiaron la pérdida de coherencia para este parámetro de orden, el cual estaba constituido básicamente por el modo homogéneo del campo φ . En este contexto, además de la autointeracción $\lambda\varphi^4$, los autores propusieron un conjunto de campos con temperatura, a los cuales el campo φ podía estar acoplado de distintas maneras. Luego estimaron un tiempo de decoherencia asociado a cada uno de los distintos términos de la acción de interacción del parámetro de orden. Finalmente, mostraron que dichos tiempos, para acoplamientos débiles, son típicamente más cortos que el tiempo para el cual las no linealidades del problema comienzan a ser relevantes, concluyendo que es posible realizar un análisis clásico en tal régimen.

En el contexto de la Teoría Cuántica de Campos (TCC), podemos analizar la decoherencia de dos maneras, en algunos casos equivalentes. En trabajos realizados por Lombardo, Mazzitelli y Rivers [29, 31, 117], se estudió la diagonalización de ρ a partir de una ecuación maestra. Otra posibilidad, es que la diagonalización se analice a partir de la funcional de influencia directamente. En cualquier enfoque que tomemos, lo importante es definir en qué base del campo se intenta lograr dicha diagonalización, la cual, de todas formas, se obtiene de manera aproximada. Si consideramos un campo sistema de infinitos grados de libertad,

el camino más aconsejable es el funcional.

Este capítulo resulta una “secuela” a los trabajos mencionados, ya que aquí exploraremos de qué forma dichas transiciones, naturalmente, convierten la descripción cuántica del Universo en clásica. En adelante, como en los trabajos previos, usaremos la formación de dominios luego de una transición de fase para caracterizar la aparición del comportamiento clásico. En particular, recrearemos este resultado pero utilizando un formalismo más sencillo.

6.1 El modelo

Consideraremos el caso de un campo real cuántico ϕ con un potencial de pozo doble. Como ya hemos mencionado, el ordenamiento del campo luego de una transición de fase, se debe al crecimiento de los modos de longitud de onda larga. Para estos modos, el entorno está compuesto de los modos de longitud de onda corta más los campos externos con los cuales el campo sistema interactúa en ausencia de reglas de selección [118, 119]. La inclusión de campos externos se debe, por un lado, al hecho que un campo escalar aislado es físicamente poco realista; y por el otro, al hecho que nos provee de un marco para realizar aproximaciones que simplifican algunos cálculos [31]. Para ser específicos, la acción más sencilla de un campo escalar y varios campos entorno χ_a es

$$S[\phi, \chi] = S_{\text{sistema}}[\phi] + S_{\text{entorno}}[\chi] + S_{\text{interaccion}}[\phi, \chi], \quad (6.1)$$

donde (con $\mu^2, m^2 > 0$)

$$S_{\text{sistema}}[\phi] = \int d^4x \left\{ \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + \frac{1}{2} \mu^2 \phi^2 - \frac{\lambda}{4} \phi^4 \right\},$$

$$S_{\text{entorno}}[\chi] = \sum_{a=1}^N \int d^4x \left\{ \frac{1}{2} \partial_\mu \chi_a \partial^\mu \chi_a - \frac{1}{2} m_a^2 \chi_a^2 \right\},$$

y las acciones más relevantes entre sistema y entorno son de la forma bicuadrática:

$$S_{\text{interaccion}}[\phi, \chi] = - \sum_{a=1}^N \frac{g_a}{8} \int d^4x \phi^2(x) \chi_a^2(x). \quad (6.2)$$

Es válido resaltar que, aún si no se consideraran los campos externos con una interacción cuadrática con el campo sistema del tipo de la Ec.(6.2), la interacción entre los modos de éste de longitud de onda larga y corta se podría escribir en función de términos de esta forma (además de varios otros), y, así, mostrar que un término de esta forma es obligatorio.

A pesar que el campo sistema ϕ sufre una pérdida de coherencia debido a la presencia de sus propios modos de longitud de onda corta [24], primero consideraremos el caso en que el entorno está compuesto únicamente por los campos externos χ_a . Como los entornos poseen un efecto acumulativo sobre la aparición del comportamiento clásico, la inclusión de un componente adicional en el entorno reduce el tiempo que le lleva al sistema comportarse de manera clásica. Por ésto, resulta lógico incluir de a una las partes del entorno, ya que de esa forma estamos obteniendo una cota superior del tiempo de decoherencia en cada paso [31].

En [29, 31, 117], se ha demostrado que para que el análisis sea más robusto es necesario que el entorno tenga un fuerte impacto en el campo sistema (y no al revés). La forma más sencilla de implementar eso es pedir que $N \gg 1$, o sea el número de campos externos χ_a presentes en el entorno con masas comparables $m_a \simeq \mu$, débilmente acoplados al campo escalar ϕ , con $\lambda, g_a \ll 1$ (para más detallas ver [24]). De esta forma, existen N campos externos interactuando con el campo sistema, pero sólo un potencial propio del sistema incapaz de reaccionar contra ese entorno explícito.

Para la consistencia de los cálculos a un lazo, alcanza pedir que $g_a = g/\sqrt{N}$. Con nuestra elección de sistema y entornos, no hay interacciones directas del tipo χ^4 . Y aquellas que son indirectas, mediadas por lazos en ϕ , son despreciables en un factor g/\sqrt{N} . Consideraremos que tanto el estado inicial del sistema como el del entorno, es un estado térmico de equilibrio, a una temperatura alta T_0 , mayor que la temperatura crítica T_c . Supondremos, luego, un cambio global en el entorno (por ejemplo, la expansión del Universo Temprano), que se puede caracterizar por el cambio en la temperatura, de modo que $T_f < T_c$. Es decir, la transición de fase no se debe a los efectos inducidos por los campos entorno.

La condición inicial asumida no corresponde al caso en que la matriz densidad total está no correlacionada en los campos ϕ y χ , ya que es la interacción entre éstos la que conduce a la restitución de la simetría perdida en el caso de temperatura alta. Así, la condición inicial conduce a una acción efectiva para las cuasipartículas ϕ ,

$$S_{\text{sistema}}^{\text{eff}}[\phi] = \int d^4x \left\{ \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m_\phi^2(T_0) \phi^2 - \frac{\lambda}{4} \phi^4 \right\} \quad (6.3)$$

donde, según la aproximación de campo medio, $m_\phi^2(T_0) = -\mu^2(1 - T_0^2/T_c^2)$ para $T \approx T_c$. Como resultado, podemos tomar una matriz densidad a temperatura T_0 , factorizada de la forma $\hat{\rho}[T_0] = \hat{\rho}_\phi[T_0] \times \hat{\rho}_\chi[T_0]$, donde $\hat{\rho}_\phi[T_0]$ está determinado por $S_{\text{sistema}}^{\text{eff}}[\phi]$ y $\hat{\rho}_\chi[T_0]$ por $S_{\text{entorno}}[\chi_a]$. Esto significa los campos χ_a tienen un gran efecto en el campo ϕ , mientras que éste tiene un efecto despreciable en los campos entorno.

Si asumimos que el cambio en la temperatura no es muy lento, las inestabilidades exponenciales del campo sistema ϕ crecen tan rápido que el sistema logra poblar los mínimos

de potencial mucho antes que la temperatura sea bastante más chica que la temperatura crítica [120]. Como la temperatura T_c no tiene una importancia particular para los campos entorno, para tiempos chicos en la evolución podemos considerar la temperatura del entorno es fija $T_\chi \approx T_c$. Además, por simplicidad, las masas de los campos χ_a serán consideradas $m_a \simeq \mu$.

En este contexto, nos alcanza con pedir que la transición sea instantánea. Transiciones más lentas hacen que los cálculos analíticos sean demasiado complicados, sin cambiar la naturaleza cualitativa de los resultados [24].

6.2 Método de la funcional de Decoherencia

La idea de historias consistentes nos provee un marco alternativo para estudiar la clasicidad en sistemas cuánticos abiertos. La evolución cuántica de un sistema puede ser considerada como una superposición lineal de un granulado fino de historias consistentes. Nosotros intentaremos distinguir entre soluciones clásicas emergentes luego de una transición de fase cuántica. Por ésto, trabajaremos en la base de configuraciones del campo. Si consideramos que el campo $\phi(x)$ representa un historia, entonces la amplitud cuántica de ésta es $\Psi[\phi] \sim e^{iS[\phi]}$ en unidades de $\hbar = 1$. En la aproximación que estudiaremos aquí, la cantidad que nos interesará es un granulado grueso de historias, es decir

$$\Psi[\alpha] = \int \mathcal{D}\phi \, e^{iS[\phi]} \alpha[\phi], \quad (6.4)$$

donde $\alpha[\phi]$ es una función filtro que define el granulado grueso, o traza sobre los grados de libertad de los campos χ_a . Así, la funcional de decoherencia para dos historias del campo es:

$$\mathcal{D}[\alpha^+, \alpha^-] = \int \mathcal{D}\phi^+ \mathcal{D}\phi^- \, e^{i(S[\phi^+] - S[\phi^-])} \alpha^+[\phi^+] \alpha^-[\phi^-]. \quad (6.5)$$

$\mathcal{D}[\alpha^+, \alpha^-]$ no se factoriza porque las historias ϕ^\pm no son independientes. En este contexto, decoherencia significa físicamente que dos historias del granulado grueso adquieren realidades individuales y por tanto, se les debe asignar probabilidades definidas en el sentido clásico.

Una condición necesaria y suficiente para la validez de las reglas de suma de probabilidades (es decir, sin interferencias cuánticas) [121] es que se cumpla

$$\text{Re} \mathcal{D} [\alpha^+, \alpha^-] \approx 0, \quad (6.6)$$

cuando $\alpha^+ \neq \alpha^-$, aunque en muchas situaciones, la condición aún más restrictiva $\mathcal{D}[\alpha^+, \alpha^-] \approx 0$ se cumple [122]. En ese caso, las historias son *consistentes*.

Para nuestra aplicación particular, obtendremos como historia de grano grueso a aquella obtenida a partir de un granulado grueso sobre todas las configuraciones de grano fino donde el campo ϕ permanece cercano a su configuración clásica ϕ_{cl} . La función filtro la definimos como

$$\alpha_{\text{cl}}[\phi] = \int \mathcal{D}J \, e^{i \int J(\phi - \phi_{\text{cl}})} \alpha_{\text{cl}}[J]. \quad (6.7)$$

En un caso general, $\alpha[\phi]$ es una función suave (excluyendo el caso donde $\alpha[\phi] = \text{const}$, donde no hay granulado grueso). Usando, entonces,

$$J\phi \equiv \int d^4x J(x)\phi(x), \quad (6.8)$$

podemos escribir la funcional de decoherencia entre dos historias clásicas como

$$\mathcal{D}[\alpha^+, \alpha^-] = \int \mathcal{D}J^+ \mathcal{D}J^- \, e^{iW[J^+, J^-] - (J^+ \phi_{\text{cl}}^+ - J^- \phi_{\text{cl}}^-)} \alpha^+[J^+] \alpha^{-*}[J^-], \quad (6.9)$$

donde

$$e^{iW[J^+, J^-]} = \int \mathcal{D}\phi^+ \mathcal{D}\phi^- \, e^{i(S[\phi^+] - S[\phi^-] + J^+ \phi^+ - J^- \phi^-)}, \quad (6.10)$$

es la funcional generatriz de camino temporal cerrado (CPT) [123]. En principio, podríamos examinar soluciones clásicas generales para ver la consistencia del modelo, pero, en la práctica, es conveniente limitarse a soluciones particulares ϕ^\pm , teniendo en cuenta la naturaleza del proceso de pérdida de coherencia que estamos estudiando. Inicialmente, como ya hemos mencionado, realizamos la separación del parámetro de orden del campo ϕ y los campos explícitos del entorno χ_a , donde, según la aproximación de fase estacionaria sobre J ,

$$\mathcal{D}[\phi_{\text{cl}}^+, \phi_{\text{cl}}^-] \sim F[\phi_{\text{cl}}^+, \phi_{\text{cl}}^-]. \quad (6.11)$$

$F[\phi^+, \phi^-]$ es la funcional de influencia de Feynman y Vernon [4]. La funcional de influencia se escribe en función de la acción de influencia $A[\phi_{\text{cl}}^+, \phi_{\text{cl}}^-]$ como

$$F[\phi_{\text{cl}}^+, \phi_{\text{cl}}^-] = \exp\{iA[\phi_{\text{cl}}^+, \phi_{\text{cl}}^-]\}. \quad (6.12)$$

De esta forma, la funcional de decoherencia que resulta es

$$|\mathcal{D}[\phi_{\text{cl}}^+, \phi_{\text{cl}}^-]| \sim \exp\{-\text{Im}\delta A[\phi_{\text{cl}}^+, \phi_{\text{cl}}^-]\}, \quad (6.13)$$

donde δA es la contribución a la acción debido a la presencia del entorno.

En este contexto, una vez que hemos elegido las soluciones de interés, las historias adyacentes se vuelven consistentes a un tiempo de decoherencia $t_{\mathcal{D}}$, para el cual

$$1 \approx \text{Im} \, \delta A|_{t=t_{\mathcal{D}}}. \quad (6.14)$$

Como estamos considerando un acoplamiento débil con los campos externos, podemos expandir la funcional de influencia $F[\phi^+, \phi^-]$ a segundo orden no trivial en la constante de acoplamiento para N grande. Los términos de orden superior son despreciados ya que decaen rápidamente con las potencias de N . La forma general de la acción de influencia es [24, 124]

$$\begin{aligned} \delta A[\phi^+, \phi^-] &= \{ \langle S_{\text{int}}[\phi^+, \chi_a^+] \rangle_0 - \langle S_{\text{int}}[\phi^-, \chi_a^-] \rangle_0 \} + \frac{i}{2} \{ \langle S_{\text{int}}^2[\phi^+, \chi_a^+] \rangle_0 - [\langle S_{\text{int}}[\phi^+, \chi_a^+] \rangle_0]^2 \} \\ &- i \{ \langle S_{\text{int}}[\phi^+, \chi_a^+] S_{\text{int}}[\phi^-, \chi_a^-] \rangle_0 - \langle S_{\text{int}}[\phi^+, \chi_a^+] \rangle_0 \langle S_{\text{int}}[\phi^-, \chi_a^-] \rangle_0 \} \\ &+ \frac{i}{2} \{ \langle S_{\text{int}}^2[\phi^-, \chi_a^-] \rangle_0 - [\langle S_{\text{int}}[\phi^-, \chi_a^-] \rangle_0]^2 \}. \end{aligned}$$

Un paso adicional que se debería realizar a esta altura, es la separación del campo ϕ entre sus modos de longitud de onda corta y larga, es decir $\phi = \phi_{<\Lambda} + \phi_{>\Lambda}$, con Λ una frecuencia de corte. En el caso de una transición de fase, podemos tomar $\Lambda \sim \mu$. Los modos de longitud de onda larga, $|k| < \mu$, determinan los dominios, mientras que los de longitud de onda corta $|k| > \mu$ actúan como un entorno implícito de los primeros. Sin embargo, ese paso no será incluido en esta Tesis, ya que únicamente sirve para acortar los tiempos de decoherencia, los cuales como se verá, ya son suficientemente cortos.

Cabe destacar que, aún si ignoramos este paso, ya que lo único que buscamos es acotar el tiempo de decoherencia $t_{\mathcal{D}}$, éste no resulta único pues depende de la solución clásica que se considere para el campo sistema. Sin embargo, en la práctica, todas las soluciones razonables que se eligen, dan lugar a una cota superior para $t_{\mathcal{D}}$, cualitativamente similar en todos los casos. Esto se debe, en primer lugar, a que para los modos de longitud de onda largas del campo sistema, el perfil espacial de la solución clásica del mismo no resulta relevante, ya que es su crecimiento exponencial en el tiempo el que fija la escala para la aparición del comportamiento clásico. Por ésto mismo, es que $t_{\mathcal{D}}$ es insensible a estos modos, y además, depende de manera logarítmica, únicamente, de los parámetros de la teoría. Asimismo, con la escala de masa que estamos asumiendo en este trabajo, la escala de la inversa de la longitud de Compton, ya queda determinada la tasa del crecimiento exponencial y la distancia natural sobre la cual no vamos a discriminar entre soluciones clásicas. Distintas elecciones de estas últimas, entonces, implican diferencias en $\mu t_{\mathcal{D}}$ del orden de la unidad, valores muchísimos más pequeños que $\mu t_{\mathcal{D}}$, que, por tanto, ignoraremos. Para acoplamientos débiles como el que nos concierne en este caso, el tiempo de decoherencia es relativamente sencillo de calcular, principalmente debido a la forma de la interacción $S_{\text{int}}[\phi, \chi]$ de la Ec.(6.2). En lo que sigue veremos que, en nuestro modelo en particular, este tiempo resulta menor que el tiempo único t^* , tiempo al cual la transición se completa,

definido en función del campo sistema según la siguiente relación:

$$\langle \phi^2 \rangle_{t^*} \sim \eta^2 = 6\mu^2/\lambda, \quad (6.15)$$

donde el promedio es sobre el campo sistema y η es el valor final del campo. En la Ec.(6.15), se desprecian ¹ los modos de longitud de onda corta ($|k| > \mu$) de ϕ . Esto da $\langle \phi^2 \rangle_{t^*}$ (de manera más explícita, y en sintonía con los otros capítulos de esta Tesis, $\langle \phi^2 \rangle_{t^*} = \text{Tr}\{\rho_r \phi^2\}$ donde ρ_r es la matriz densidad reducida del campo sistema). De nuevo, cualquier ambigüedad que se presente en μt_D , es del orden de la unidad, equivalente a la escala temporal en la cual los efectos no lineales son importantes, en comparación al comportamiento exponencial del campo libre [125]. Es sabido que el efecto del entorno es inducir el proceso de pérdida de coherencia en el sistema, y la posterior clasicización del mismo. Por tanto, el comportamiento clásico del campo sistema se puede describir mediante las ecuaciones estocásticas clásicas de Langevin que éste satisface [126, 127]. A la vez, es necesario remarcar, que estamos asumiendo un acoplamiento tal que el sistema no vuelva a tener coherencia (o “recohera”) hasta después del tiempo t^* [128].

Así, para el acoplamiento bicuadrático de la Ec.(6.2), la funcional de influencia está dada por:

$$\begin{aligned} \text{Re}\delta A &= \frac{g^2}{8} \int d^4x \int d^4y \Delta(x) K(x-y) \Sigma(y), \\ \text{Im}\delta A &= -\frac{g^2}{16} \int d^4x \int d^4y \Delta(x) N(x,y) \Delta(y), \end{aligned}$$

donde $K(x-y) = \text{Im}G_{++}^2(x,y)\theta(y^0-x^0)$ es el núcleo de disipación y $N(x-y) = \text{Re}G_{++}^2(x,y)$ el de ruido (difusión). G_{++} es la función de Green de camino temporal cerrado del campo χ a temperatura T_0 [31]. Hemos definido $\Delta = \frac{1}{2}(\phi^{+2} - \phi^{-2})$ and $\Sigma = \frac{1}{2}(\phi^{+2} + \phi^{-2})$. Buscamos soluciones clásicas de la forma

$$\phi_{\text{cl}}(\vec{x}, s) = f(s, t) \Phi(\vec{x}),$$

donde, en principio, $f(s, t)$ verifique $f(0, t) = \phi_i$ y $f(t, t) = \phi_f$, mientras que $\Phi(\vec{x})$ indica la configuración espacio del campo.

Comenzaremos mostrando que, a partir del uso de la Ec.(6.14), podemos obtener los resultados previamente obtenidos por los autores en la Refs.[29, 31], pero de manera más sencilla (evitando la ecuación maestra que es bastante complicada en Teoría de Campos). Ya que consideramos que $t_D < t^*$, nos resulta suficiente restringirnos a una condición inicial definida por un campo gaussiano libre de (masa)² negativa. De hecho, para ecuaciones

¹Estamos suponiendo que la dinámica del sistema está dominada por el modo homogéneo, es decir $\phi(\vec{x}, t) \sim \phi(t) = e^{\mu t}$

de Langevin ideales, esta suposición resulta una buena aproximación para la formación de dominios en el régimen no lineal [120]. Buscamos campos clásicos que, luego de un cambio súbito de la temperatura global, tengan la forma [29]

$$\phi_{\text{cl}}^{\pm}(s, \vec{x}) = e^{\mu s} \phi_{\text{f}}^{\pm} \cos(k_0 x) \cos(k_0 y) \cos(k_0 z), \quad (6.16)$$

donde ϕ_{f}^{\pm} es la configuración final del campo. Esta es una aproximación de un modo solo para un estructura regular de dominio tipo *chequer-board*. Las longitudes de ondas cortas pueden ser introducidas sin modificar significativamente los resultados (para más detalles ver [31]). Para un cambio brusco como el mencionado anteriormente, usaremos el comportamiento a tiempos largos del modo homogéneo presente en el campo sistema ($k_0 = 0$), $\phi_{\text{cl}}^{\pm}(s, \vec{x}) \sim e^{\mu s} \phi_{\text{f}}^{\pm}$. El factor exponencial, como es usual, se deriva del crecimiento de los modos inestables de longitudes de ondas largas.

Por todo esto, $\text{Im} \delta A[\phi_{\text{cl}}^+, \phi_{\text{cl}}^-]$ toma la siguiente forma:

$$\text{Im} \delta A = \frac{g^2 V T_c^2 \pi}{64} \Delta_{\text{f}}^2 \int_0^{\infty} \frac{dk}{(k^2 + \mu^2)^2} \times \frac{1 + e^{4\mu t} - e^{2\mu t} \cos(2\sqrt{k^2 + \mu^2})}{(k^2 + 2\mu^2)}, \quad (6.17)$$

donde $\Delta_{\text{f}} = 1/2(\phi_{\text{f}}^{+2} - \phi_{\text{f}}^{-2})$, y T_c es la temperatura crítica del entorno. La presencia del volumen V , se debe a que estamos considerando configuraciones de campo distribuidas en un volumen V (ondas planas en cada dirección). Este volumen se interpreta como el volumen mínimo necesario en el cual no hay superposiciones coherentes de estados macroscópicamente distinguibles del campo sistema. Más adelante, consideraremos configuraciones donde este factor no está presente.

Luego de pedir que $\mu t \gg 1$, la integral en momento puede ser resuelta analíticamente, de manera de obtener

$$\text{Im} \delta A \sim \frac{g^2 V T_c^2 \pi^2}{256} \frac{(3 - 2\sqrt{2})}{\mu^3} \Delta_{\text{f}}^2 e^{4\mu t}. \quad (6.18)$$

Una vez obtenida esta expresión, estamos en condiciones de evaluar el tiempo de decoherencia $t_{\mathcal{D}}$ para una variación en la amplitud del campo, como

$$\mu t_{\mathcal{D}} \sim \frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{16\mu^{\frac{3}{2}}}{g T_c \Delta_{\text{f}} V^{\frac{1}{2}} \pi \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})}} \right\}. \quad (6.19)$$

Usando un valor conservativo para el volumen, $V = \mathcal{O}(\mu^{-3})$, obtenemos

$$\mu t_{\mathcal{D}} \sim \frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{16\mu^3}{g T_c \Delta_{\text{f}}} \right\}. \quad (6.20)$$

Podemos re-escribir esta expresión en término de $\Delta_{\text{f}} = \bar{\phi} \bar{\Delta}/2$, con $\bar{\phi} = \phi_{\text{f}}^+ + \phi_{\text{f}}^-$ y, $\bar{\Delta} = \phi_{\text{f}}^+ - \phi_{\text{f}}^-$. Cuando la transición se termina, $\bar{\phi}^2 \simeq \eta^2 \sim \lambda^{-1}$. A un tiempo $t_{\mathcal{D}}$, tomaremos el

valor $\bar{\phi}^2 \sim \mathcal{O}(\mu^2\alpha/\lambda)$. El valor de α debe ser determinado, considerando que $\lambda < \alpha < 1$ y que a tiempo t_D , $\langle \phi^2 \rangle_t \sim \alpha\eta^2$. En un trabajo previo [29], los autores mostraron que el valor de α se determina según $\alpha \approx \sqrt{\mu/T_c}$. Asimismo, fijamos $\bar{\Delta} \sim 2\mu$, es decir, no discriminamos entre amplitudes de campo que difieren en $\mathcal{O}(\mu)$. μ^{-1} indica el grosor de las paredes de los contornos de los dominios a medida que el campo se establece en sus valores fundamentales. Finalmente, por simplicidad, fijamos los acoplamientos $g \sim \lambda$. Con esto, obtenemos la cota superior para el tiempo t_D ,

$$\mu t_D \sim \frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{\eta}{T_c \sqrt{\alpha}} \right\}, \quad (6.21)$$

valor que coincide exactamente con áquel obtenido en la Ref.[29], a partir del uso de la ecuación maestra.

Si ahora, además, trazamos sobre los modos de longitud de onda corta, como en [24], obtendríamos un término adicional en $\text{Im}\delta A$, cualitativamente similar a Ec.(6.18), que servirá para preservar la condición $t_D < t^*$, haciendo que el tiempo t_D sea aún más chico. En lo que sigue, no consideraremos este entorno implícito.

A modo comparativo, buscamos t^* para el cual $\langle \phi^2 \rangle_t \sim \eta^2$, definido en las Refs.[29, 31]

$$\mu t^* \sim \frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{\eta}{\sqrt{\mu T_c}} \right\}, \quad (6.22)$$

donde $\mu^{-1} < t_D < t^*$, con

$$\mu t^* - \mu t_D \simeq \frac{1}{4} \ln \left\{ \frac{T_c}{\mu} \right\} > 1, \quad (6.23)$$

para un acoplamiento débil, ó temperaturas iniciales suficientemente elevadas.

A esta altura, hemos demostrado que el método de la funcional de decoherencia nos da las mismas conclusiones que si hubiésemos resuelto la ecuación maestra. Por esto, nos dedicaremos a resolver configuraciones de campo que resultarían de un alto costo analítico al ser encaradas desde el punto de vista de la ecuación maestra. En este contexto, nos ocuparemos de un dominio localizado en vez de configuraciones de campo distribuídas en todo el volumen V .

La orientación de esos dominios es irrelevante. De manera más sencilla, consideramos las soluciones de un dominio clásico, para el modo $k_0 = 0$, de la forma:

$$\phi^\pm(s, \vec{x}) = \phi_f^\pm e^{\mu s} \tanh(\mu x), \quad (6.24)$$

que relaciona dominios adyacentes. Nuestro interés primario es determinar el tiempo de decoherencia inducido por un pequeño apartamiento en las paredes del dominio, a través de la evaluación de la acción de influencia para las configuraciones clásicas del campo

$$\phi^\pm(x, s) = \eta f(s, t) \Phi^\pm(x), \quad \text{donde} \quad \Phi^\pm(x) = \Phi(x \pm \delta/2) \quad (6.25)$$

Así, tomamos δ como un pequeño apartamiento en la posición de la pared, y consecuentemente, expandimos la solución clásica (o, equivalentemen $\Delta(x)$) en potencias de $\mu\delta$, a primer orden:

$$\Delta(s, \vec{x}) \approx \mu \delta \eta^2 e^{2\mu s} \tanh(\mu x) \operatorname{sech}^2(\mu x). \quad (6.26)$$

De esta forma, la parte imaginaria de la acción de influencia, después de haber integrado en el tiempo y asumido que $\mu t \gg 1$, se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} \delta A \approx & \frac{g^2 T_c^2 \eta^4 \delta^2 \mu^2}{64(2\pi)^6} e^{4\mu t} \int d^3 x \int d^3 y \int d^3 k \int d^3 p \frac{e^{-i(\vec{p}+\vec{k})(\vec{x}-\vec{y})}}{(k^2 + \mu^2)(p^2 + \mu^2)} \\ & \times \frac{\tanh(\mu x) \operatorname{sech}^2(\mu x) \tanh(\mu y) \operatorname{sech}^2(\mu y)}{\left[(\sqrt{k^2 + \mu^2} + \sqrt{p^2 + \mu^2})^2 + 4\mu^2 \right]}. \end{aligned}$$

Estas integrales pueden ser calculadas de manera exacta, aunque en parte de manera analítica y numérica, para obtener como resultado

$$\operatorname{Im} \delta A \approx 0.2 \frac{g^2 T_c^2 \eta^4 L^2 \delta^2 e^{4\mu t}}{1024 \mu^2}, \quad (6.27)$$

donde L^2 es un término de superficie, análogo al volumen de la configuración anterior. Este factor se debe a que estamos considerando una solución de un *kink* en una dimensión, pero encuadrada en un espacio de tres dimensiones. El factor L^2 representa el espacio libre de dos dimensiones del correspondiente *kink* en tres dimensiones. De manera conservativa, podemos fijar $L = \mathcal{O}(\mu^{-1})$, como la mínima escala espacial necesaria en donde no hay superposiciones coherentes de estados macroscópicos del campo.

Para conocer el tiempo de decoherencia debido al apartamiento δ , el cual llamaremos \bar{t}_D , asumimos $\mu \bar{t}_D > 1$. Así, \bar{t}_D puede ser estimado de la última ecuación, y por tanto, su magnitud se define según,

$$\mu \bar{t}_D \sim \frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{74\mu}{g T_c \eta^2 L \delta} \right\}. \quad (6.28)$$

A simple vista, éste resulta parece muy similar a todos aquellos encontrados por los autores en la serie de trabajos mencionados. La diferencia entre las amplitudes de campo está reemplazada por la distancia δ del desplazamiento del contorno del dominio. Sin embargo, la diferencia principal está en la potencia de η dentro del logaritmo. Si tomamos $\delta = \gamma \mu^{-1}$, podemos acotar \bar{t}_D de la siguiente manera

$$\mu \bar{t}_D \sim \frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{12\mu}{\gamma T_c} \right\}. \quad (6.29)$$

Como $T_c \gg \mu^2$, este resultado restringe los posibles valores de γ , de modo que se verifique $\mu \bar{t}_D > 1$, es decir, $\gamma \leq \mu/T_c \ll 1$, y, por tanto, $\delta \ll \mu^{-1}$. Si γ es mayor, a

²De hecho, está demostrado que $T_c^2/\mu^2 \sim 24/\lambda$ en [31].

tiempos muy cortos de nuestro modelo ($t \sim \mu^{-1}$), obtenemos rápidamente que $\text{Im } \delta A > 1$, de la Ec.(6.27). De esta manera, el sistema se comporta clásicamente desde un tiempo muy temprano de la evolución, ya que $\mu \bar{t}_D = \mathcal{O}(1)$.

Como el tamaño estimado del “núcleo” (*core*) del dominio es del orden de $\mathcal{O}(\mu^{-1})$, asumimos que $\delta \sim \mathcal{O}(\mu^{-1})$ (es decir, $\gamma = \mathcal{O}(1)$) como la longitud mínima donde no hay superposiciones coherentes de estados macroscópicos del campo. Así, la decoherencia ocurre a partir del tiempo que satisface

$$\mu t^* - \mu \bar{t}_D > 0. \quad (6.30)$$

Aún, si pedimos que la decoherencia ocurra en escala de una fracción del ancho de la pared del dominio (es decir, $\gamma \ll 1$), podemos asegurar que

$$\mu t^* - \mu \bar{t}_D \sim \frac{1}{4} \ln \left\{ \frac{\gamma^2 T_c}{\lambda \mu} \right\} > 0. \quad (6.31)$$

Este resultado implica que la decoherencia que ocurre en un sistema debido al desplazamiento de los contornos es muy anterior a las otras estudiadas ($\bar{t}_D < t_D$). Esto sugiere que, para el estudio de la decoherencia, resultan de menor importancia las configuraciones de campo desplazadas una pequeña distancia que aquellas configuraciones extendidas, en las cuales el campo fluctúa y se observan configuraciones de distinta amplitud.

Lo que resulta más interesante, es el hecho que si uno realiza los cálculos en dimensión $1 + 1$, el coeficiente L aparece sólo en el primer ejemplo (es decir, una onda plana). Por lo tanto, en lugar de considerar un dominio tipo *tablero de ajedrez* como en los trabajos [29, 31], podemos restringirnos únicamente a dos dominios adyacentes con contornos dados por la Ec.(6.24). Si consideramos el caso sencillo de dos paredes separadas una distancia, tal que $\phi_f^+ = \phi_f^- - \epsilon$, donde ϵ representa una fluctuación pequeña alrededor del valor final de la configuración de campo. Suponiendo que el valor final de la configuración es $\phi_f^+ = \sqrt{\alpha} \eta$, con α el coeficiente autoconsistente mencionado con anterioridad y $\epsilon = \mathcal{O}(\mu)$, podemos reobtener el resultado de la Ec.(6.23) de manera exacta. Nuevamente, observamos que hay decoherencia antes que la transición de fase se complete. Además, el campo tiene correlaciones clásicas a tiempos tempranos de la evolución (debido a la naturaleza casi gaussiana del régimen [29, 129]) que completan el escenario clásico a tiempo t^* .

Por último, la pregunta que surge es: ¿qué información nos aporta este análisis acerca del comportamiento clásico de defectos topológicos, como por ejemplo vórtices, cuyas separaciones son una medida del tamaño de los dominios en circunstancias normales [130]? Si consideramos que los vórtices tienen sus núcleos en líneas de ceros (de manera análoga que los núcleos de las paredes de los dominios), se ha demostrado en la Ref.[30] que el mecanismo de producción de vórtices clásicos tiene varias partes. El entorno elige los mo-

dos de longitud de onda largos del campo sistema a tiempos cortos, anteriores o del orden del tiempo en el cual la transición de fase se completa. En particular, aquellos modos que son del orden de la separación de la línea de ceros (que caracterizan los dominios clásicos), perderán coherencia antes que la transición finalice, mientras que aquellos modos que son del orden del grosor del vórtice clásico no pierden coherencia nunca. Para que la línea de ceros se desarrolle en núcleos de vórtices, el campo debe tener una energía proporcional a las soluciones de los vórtices de las ecuaciones clásicas de Euler-Lagrange. Esto implica que las fluctuaciones del campo sean funciones “picudas” alrededor de los modos de longitud de onda largas, para evitar así fluctuaciones que originen movimientos en los núcleos y la creación de pequeños bucles de vórtices. La densidad resultante de la línea de ceros puede ser deducida en el régimen lineal. El análisis realizado en este capítulo nos induce a pensar que la decoherencia debida a desplazamiento de los vórtices es irrelevante en comparación a la decoherencia debido a fluctuaciones del campo.

Conclusiones

Esta Tesis tuvo como objetivo principal estudiar el proceso de decoherencia en distintos sistemas físicos, con el propósito de contribuir al estudio del rol de las fluctuaciones de vacío en los procesos difusivos en sistemas cuánticos abiertos.

Inicialmente, hemos estudiado el Movimiento Browniano Cuántico (MBC) a temperatura estrictamente cero. En particular, estudiamos los efectos de las fluctuaciones puramente cuánticas del entorno sobre el sistema, siendo éstas la única fuente de ruido presente. Hemos calculado los coeficientes difusivos de la ecuación maestra de manera perturbativa y estimado los tiempos de decoherencia, de manera analítica y numérica. En este contexto, hemos mostrado que el proceso de decoherencia a temperatura cero depende fundamentalmente de los coeficientes de difusión normal $\mathcal{D}(t)$ y anómalo $f(t)$ [10]. También, hemos extendido dicho análisis al caso de entornos generales, es decir supraóhmicos y subóhmicos. Hemos comparado los distintos factores de “decoherencia” para los casos de temperatura alta y cero. En ese caso, hemos mostrado que, mientras el entorno supraóhmico a temperatura alta resulta muy efectivo induciendo pérdida de coherencia, a temperatura cero no resulta un entorno difusivo, y por tanto, no hay pérdida de coherencia (al menos significativa) [11]. Por el contrario, el entorno subóhmico es muy efectivo induciendo pérdida de coherencia en el sistema, tanto a temperatura alta como en el caso que su temperatura sea cero.

Como paso siguiente, nos ocupamos del estudio de la activación energética en entornos generales a temperatura arbitraria. En el caso de temperatura alta, relacionamos dicho fenómeno a la activación térmica. Sin embargo, hemos demostrado que este proceso ocurre aún en ausencia de temperatura del entorno. El sistema se “activa” energéticamente, ya no inducido por la temperatura del entorno sino por sus fluctuaciones cuánticas. Mas aún, hemos mostrado que existe una relación muy estrecha entre la pérdida de coherencia y la activación de la energía, ambos procesos inducidos por la interacción entre el sistema y el entorno. Los sistemas que sufren una mayor o total pérdida de coherencia, son aquellos cuya energía tiene un crecimiento más evidente.

Las fluctuaciones cuánticas del entorno, presentes en el estado inicial del mismo, claramente deben jugar algún papel relevante en la activación. Estas fluctuaciones ya no son fluctuaciones de vacío del sistema total. Igualmente, resulta sorprendente que tengan tanta injerencia en la evolución del sistema. La naturaleza puramente cuántica del entorno, la cual puede ser correctamente despreciada en el caso de temperatura alta, da lugar a efectos importantes en el caso del entorno a temperatura cero. En términos de la ecuación maestra, las fluctuaciones cuánticas del entorno generan términos difusivos no nulos, tanto normales $\mathcal{D}(t)$ como anómalos $f(t)$. Esto es particularmente cierto, en el caso del coeficiente $f(t)$. En el caso óhmico, hemos demostrado en la Sección 2.2 que dicho coeficiente depende logarítmicamente de la frecuencia de corte Λ , con lo cual puede ser de gran magnitud. Los efectos difusivos, inducidos por las fluctuaciones cuánticas del entorno, son la mayor diferencia con el caso de alta temperatura, y resultan responsables, a $T = 0$ de la excitación energética de la partícula. A pesar que este proceso es muy diferente a la “activación térmica”, creemos que aún así puede ser interpretado en función de un escenario clásico modificado. La mayor dificultad para encontrarlo, es lograr que un baño térmico clásico simule las propiedades cuánticas de un entorno a $T = 0$.

Posteriormente, aplicamos nuestros resultados acerca del proceso de decoherencia y excitación energética en el MBC, a un caso de mayor complejidad. Por tanto, hemos considerado un oscilador armónico en un pozo de potencial doble acoplado a un entorno de infinitos osciladores armónicos. Además de las escalas temporales conocidas, como el tiempo de decoherencia t_D y el tiempo de excitación t_{act} , aparece una nueva escala temporal relevante: el tiempo de tuneo τ . En síntesis, hemos descripto la dinámica del sistema abierto en función de tres fenómenos principales: pérdida de coherencia, efecto túnel y excitación energética. Tanto el primero como el último proceso son inducidos por la presencia del entorno, mientras que el segundo es de naturaleza puramente cuántica. Hemos demostrado que el entorno puede ser modelado de modo de que la decoherencia inhiba el efecto túnel ($t_D \ll \tau \ll t_{act}$), aunque, de hecho, cualquier otra permutación es en principio posible entre los tres procesos que describen la dinámica del sistema [14]. En este Capítulo nos hemos concentrado en la jerarquía que se mencionó antes. Para el caso del sistema cerrado, las simulaciones numéricas reprodujeron todas las propiedades conocidas del efecto túnel. El análisis entre el caso abierto y el cerrado nos resultó fundamental; por un lado, para entender que, cuando el entorno está a temperatura cero, las fluctuaciones cuánticas del entorno tienen un rol importante en la evolución y, por el otro, confirmar nuestro estudio de la Sección 2.4.2: el sistema se excita energéticamente para tiempos posteriores al tiempo de pérdida de coherencia, aún en contacto con un entorno a $T = 0$.

Por otra parte, resulta muy interesante la extensión del estudio de la dinámica del sistema al caso de superposiciones macroscópicas de estados cuánticos, como por ejemplo condensados de Bose-Einstein en un pozo doble de potencial. Hemos extendido nuestras consideraciones acerca del efecto túnel, la decoherencia y la activación al caso en el que la condición inicial en el sistema es una superposición coherente de dos paquetes gaussianos [15]. En los experimentos de BECs de gases atómicos diluidos alcalinos-metálicos, los átomos atrapados son enfriados por evaporación e intercambian partículas con el entorno (parte no condensada del sistema). La coherencia de BECs macroscópicos cuánticos resulta en el efecto túnel de átomos entre modos, de manera análoga al efecto túnel en pares de Cooper de una juntura Josephson. Ésta es un área en la que seguiremos trabajando.

En el Capítulo 4 de esta Tesis, hemos estudiado el proceso de decoherencia inducido por entornos compuestos utilizando el formalismo de integrales funcionales de Feynman y Vernon. El entorno compuesto fue modelado por un oscilador (o antioscilador) acoplado a un conjunto de osciladores armónicos a temperatura alta. El subsistema principal, fue considerado un oscilador o antioscilador, según el caso analizado. En este contexto, hemos mostrado que los osciladores armónicos son capaces de retener la información por un período de tiempo más largo que los osciladores invertidos y, de esta forma, generar difusión en el subsistema A más eficientemente. Es importante remarcar que, para tener un modelo más realista del entorno compuesto, uno podría considerar un potencial de pozo doble para el subsistema B en los casos donde este subsistema sea un oscilador invertido [17, 18]. Este tipo de potencial tiene las mismas características que el oscilador invertido, pero la ventaja es que su espacio de fases está acotado, lo cual daría una mejor medida del efecto global inducido en el subsistema A . De todos modos, si mantenemos el análisis a tiempos cortos de la evolución, los potenciales son equivalentes.

En el Capítulo 5 de esta Tesis, hemos estudiado distintos sistemas físicos donde aparecen fases geométricas. Cuando el sistema interactúa con un entorno, las fases originalmente geométricas, pierden esta característica, y dependen de los parámetros del entorno. Hemos abarcado sistemas muy diversos. En particular, estudiamos el “dephasing” inducido por la aleatoriedad en la emisión de las partículas en un experimento de interferencia con partículas neutras con momento dipolar permanente. Esta incerteza experimental, se traduce en una fase exponencial decreciente que tiende a eliminar las coherencias cuánticas del sistema, y por tanto, genera una reducción en la visibilidad del patrón de interferencia. Hemos utilizado datos experimentales para estimar este factor de decoherencia en el caso de partículas cargadas, neutras y fulerenos. Los resultados obtenidos, resultaron particularmente interesantes en el caso de los fulerenos. Estos sistemas mesoscópicos están compuestos de un

número grande de átomos, pero aún así, pueden ser descriptos por una función de onda. En este contexto, hemos estimado el factor de decoherencia utilizando los valores experimentales de dichos sistemas. A pesar de que puede ser considerado un modelo muy sencillo para estas moléculas, nos dió una estimación cuantitativa de la magnitud de este efecto en sistemas neutros muy masivos. Con estos valores, y considerando la trayectoria asimétrica propuesta en [19], el factor de decoherencia estimado para los fulerenos, la destrucción completa del patrón de interferencia puede ser observable [20]. De hecho, la atenuación de dicho patrón fue observada experimentalmente en el año 2003. De esta forma, hemos aplicado nuestro modelo de *dephasing* a los datos experimentales reportados en dicho experimento durante la observación del patrón de interferencia de fulerenos C_{70} [22, 23]. Así, hemos podido observar que el patrón de interferencia se atenúa cuando el sistema es abierto. Los efectos incoherentes contenidos en el factor de decoherencia son suficientes para reproducir los efectos del entorno en el patrón de interferencia de un experimento verdadero con fulerenos.

En cuanto a la fase geométrica cuántica que adquiere el modelo espín-bosón estudiado en el Capítulo 5, hemos demostrado cómo se ve afectada dicha fase por la presencia del entorno. Para medir la fase geométrica del sistema, la fase dinámica debe ser eliminada, ya sea utilizando la técnica de *spin echo* para espines en campos magnéticos, o bien, utilizando el transporte paralelo y asegurarse, así, que la fase dinámica es cero a todo tiempo. A pesar que el estado no adquiere una fase localmente, sí la adquiere globalmente, la cual es igual a la fase geométrica en el caso del sistema cuántico aislado. En el caso de sistemas abiertos hemos demostrado cómo se modifican estas fases en función de los parámetros que caracterizan al entorno. Consideramos que estas estimaciones resultan importantes a la hora de planificar un experimento de medición de fases geométricas para estados mixtos en evoluciones no unitarias, particularmente interesante en el marco de la Computación Cuántica. Según nuestro análisis, podemos afirmar que el mejor montaje experimental para lograr la medición de esta fase es el entorno supraóhmico en el caso de temperatura cero y régimen subamortiguado [21]. En la actualidad continuamos trabajando sobre generalizaciones de estos modelos para determinar cómo se altera el carácter geométrico de la fase modificada por distintos tipos de entornos.

Finalmente, en el Capítulo 6 de esta Tesis, hemos estudiado el proceso de decoherencia en Teoría Cuántica de Campos, haciendo uso del método de la funcional de decoherencia. Este método nos permitió reobtener resultados conocidos de manera más sencilla [32] ya que hemos demostrado que el método de la funcional de decoherencia nos da las mismas conclusiones que si hubiésemos resuelto la ecuación maestra.

Calculamos el tiempo de decoherencia para configuraciones de campo con ruptura de la simetría. El aporte más significativo de este Capítulo radica en el cálculo y comparación entre los tiempos de decoherencia obtenidos para diferentes configuraciones clásicas de campo (defectos). Por ejemplo, mostramos que el tiempo de decoherencia asociado a configuraciones de campo de kinks de igual amplitud, pero desplazadas en posición, es notablemente menor que el tiempo de decoherencia asociado a configuraciones que difieren sólo en fluctuaciones sobre la amplitud del campo. Esto es de relevancia para el análisis del número de defectos topológicos y su evolución durante transiciones de fase cuánticas, y el rol que en el contexto del mecanismo de Kibble-Zurek, tienen las fluctuaciones cuánticas del entorno.

Con todo esto, podemos concluir que hemos estudiado el proceso de decoherencia en diversos sistemas físicos. Para ello, hemos usado tanto técnicas funcionales como estadísticas, resolviendo la dinámica de los sistemas ya sea, de manera perturbativa o exacta, analítica y numérica. Incluso, hemos acoplado nuestros sistemas a entornos tanto clásicos como puramente cuánticos. Aún quedan muchos temas abiertos y preguntas sin contestar, que forman parte de nuestros planes de trabajo futuros.

Apéndice A

Representación matemática de dos paquetes gaussianos

Para estudiar el proceso de pérdida de coherencia, usaremos una solución gaussiana para resolver la ecuación maestra Ec.(2.3). La matriz de densidad que proponemos es [100]

$$\begin{aligned} \rho_r(x, x', t) = & e^{-N(t)} \exp \left\{ - \left[A(t)(x - x')^2 + iB(t)(x + x') + C(t)(x + x')^2 \right. \right. \\ & \left. \left. + iK(t)(x - x') + E(t)(x + x') \right] \right\}, \end{aligned} \quad (1.1)$$

donde $e^{-N(t)}$ asegura la conservación de la traza, $A(t)$ describe el rango de coherencia y $C(t)$ especifica la extensión del sistema en el espacio de coordenadas. Todos los coeficientes $A(t)$, $B(t)$, ..., $E(t)$, dependen del tiempo y son funciones reales (para que la matriz sea hermítica). En nuestro caso, estudiaremos la evolución dinámica de dos paquetes gaussianos, inicialmente localizados en $x = \pm L_0$. Por lo tanto, debemos reemplazar $x \rightarrow x + L_0$ y $x \rightarrow x - L_0$ en la Ec.(1.1) y superponer ambas soluciones para representar así la dinámica de una superposición lineal de dos paquetes de ondas inicialmente deslocalizados, como analíticamente estudiamos en la Secciones 2.2.1 y 2.3.1.

La soluciones que usaremos entonces es,

$$\begin{aligned} \rho_r(x, x', t) = & 2e^{-N(t)} e^{-4L_0^2 C(t)} \exp \left\{ - \left[A(t)(x - x')^2 + iB(t)(x^2 - x'^2) + C(t)(x + x')^2 \right. \right. \\ & \left. \left. + iK(t)(x - x') + E(t)(x + x') \right] \right\} \left(\cosh[4L_0 C(t)(x + x') - i2L_0 B(t)(x - x') \right. \\ & \left. - 2L_0 E(t)] + e^{-4L_0^2 (A(t) - C(t))} \cosh[4L_0 A(t)(x - x') + i2L_0 B(t)(x + x') \right. \\ & \left. - i2L_0 K(t)] \right). \end{aligned} \quad (1.2)$$

Esta solución, al ser reemplazada en la ecuación maestra (Ec.(2.3)), conduce a un con-

junto de ecuaciones diferenciales acopladas para todos los coeficientes dependientes del tiempo $A(t)$, $B(t)$, ..., $E(t)$,

$$\begin{aligned}
\dot{A}(t) &= \frac{4}{M} + \mathcal{D}(t) - 2A(t)\gamma(t) + 2B(t)f(t) \\
\dot{B}(t) &= \frac{2}{M}(B(t)^2 - 4A(t)C(t)) + \frac{M}{2}(\Omega^2 + \delta\Omega^2(t)) - B(t)\gamma(t) - 4C(t)f(t) \\
\dot{C}(t) &= \frac{4}{M}B(t)K(t) \\
\dot{K}(t) &= \frac{2}{M}(B(t)K(t) - 2A(t)E(t)) - 2\gamma(t)K(t) - 4f(t)E(t) \\
\dot{E}(t) &= \frac{2}{M}(2C(t)K(t) + B(t)E(t)),
\end{aligned} \tag{1.3}$$

donde el punto representa la derivada parcial ∂_t y $\delta\Omega^2(t)$, $\gamma(t)$, $\mathcal{D}(t)$ y $f(t)$ son los coeficientes de la ecuación maestra definidos en el conjunto de ecuaciones de la Ec.(1.57), para cada tipo de entorno considerado ($n = 1/2$, $n = 3$ y $n = 1$). Pidiendo que $\text{Tr } \rho_r = 1$ para todo tiempo, obtenemos el valor de la normalización $N(t)$ como función del tiempo y de los otros coeficientes de la solución (1.2),

$$e^{-N} = \frac{\sqrt{C/\pi} e^{-\frac{E^2}{4C}}}{\cosh(4L_0E) + e^{-L_0^2 \frac{B^2}{C} - 4L_0^2 A} \cos(L_0E \frac{B}{C} + 2L_0K)},$$

donde hemos omitido escribir la dependencia explícita del tiempo de los coeficientes $A(t)$, $B(t)$, ..., $E(t)$ por simplicidad. Es importante destacar que esta expresión se convierte en el valor de la normalización calculado por los autores en [100], en el caso de un único paquete gaussiano, es decir $x_0 = 0$ y $L_0 = 0$ ($e^{-N} = 1/2\sqrt{C/\pi}$).

En el Capítulo 2 de esta Tesis, resolvimos numéricamente este conjunto de ecuaciones Ec.(1.3) para los distintos tipos de entornos presentados, es decir óhmicos y no óhmicos, en el límite de temperatura alta y también cuando la temperatura de los mismos es cero. Para ello, utilizamos un método standard de Runge-Kutta, de paso variable, de orden 5 para distintas condiciones iniciales de los coeficientes $A(0)$, $B(0)$, $C(0)$, $K(0)$, $E(0)$ (inicialmente $A(0) = C(0) = 1/\sqrt{\sigma_{x_0}^2}$). Con esta programa calculamos las cantidades necesarias para el análisis numérico del proceso de pérdida de coherencia y excitación energética del sistema de prueba (como por ejemplo, la Entropía Lineal y la Energía media del sistema). Todos los resultados presentados son robustos frente a cambios en los parámetros de integración del método numérico utilizado.

A.1 Pérdida de coherencia

Observando la solución propuesta de la Ec.(1.2), podemos ver que el término que mide las interferencias, es decir que proviene de $\rho_1(x, x')\rho_2(x', x) + \rho_2(x, x')\rho_1(x', x)$, es el segundo término de dicha expresión y tiene una exponencial decreciente multiplicando. Por lo tanto, si la cantidad $L_0^2(A(t) - C(t))$ resulta positiva, entonces, las interferencias tenderán a desaparecer y la cantidad $\Gamma(t) = \exp(-4L_0^2(A(t) - C(t)))$ puede ser usada como medida de pérdida de coherencia.

A.2 Entropía Lineal y Energía media del sistema

La expresión de la Entropía Lineal se define como

$$Sl(t) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dx' \rho_r(x, x', t) \rho_r(x', x, t) \quad (1.4)$$

Usando como matriz densidad reducida la solución de la Ec.(1.2), la Entropía Lineal queda, como función de los coeficientes $A(t)$, $B(t)$, ..., $E(t)$,

$$\begin{aligned} Sl(t) = & \left(\exp(-N(t)) \right)^2 \frac{\pi}{\sqrt{A(t)C(t)}} \times \left\{ \frac{1}{8} \left(2 + \exp(-8L_0^2 \frac{B(t)^2}{A(t)}) - 8L_0^2 C(t) \right) \right. \\ & \left. + \exp(-8L_0^2 A(t)) + \frac{1}{2} \exp(-6L_0^2 (A(t) + C(t))) \cos(4L_0^2 B(t)) \right\}. \end{aligned}$$

La expresión para la Energía media del sistema es

$$\langle E(t) \rangle = \frac{1}{2M} \langle p^2(t) \rangle + \frac{1}{2} M \left(\omega^2 + \delta\Omega^2(t) \right) \langle x^2(t) \rangle$$

Recordando la definición del valor medio usando la matriz densidad ($\langle x^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} dx \rho(x, x) x^2$), obtenemos para $\langle x^2 \rangle$ y $\langle p^2 \rangle$,

$$\begin{aligned} \langle x^2(t) \rangle = & \frac{e^{-N(t)}}{16C(t)^2} \sqrt{\frac{\pi}{C(t)}} \times \left\{ C(t) + 8L_0^2 C(t)^2 + \left[C(t) + 2B(t)^2 L_0^2 \right] \times \right. \\ & \left. \exp \left(-L_0^2 \left[4A(t) + \frac{B(t)^2}{C(t)} \right] \right) \right\} \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} \langle p^2(t) \rangle = & \frac{e^{-N(t)}}{2C(t)} \sqrt{\frac{\pi}{C(t)}} \times \left\{ \left[4A(t)C(t) + B(t)^2 + 32B(t)^2 C(t) L_0^2 \right] \right. \\ & + \exp \left(-L_0^2 \left(\frac{4A(t)C(t) + B(t)^2}{C(t)} \right) \right) \left(\frac{-2L_0^2}{C(t)} [B(t) + 4A(t)C(t)]^2 \right. \\ & \left. \left. + B(t)^2 + 4C(t)A(t) \right) \right\}. \end{aligned}$$

Con estas expresiones es posible recuperar aquellas soluciones para una gaussiana cuando $x_0 = 0$ y $L_0 = 0$ [100].

Apéndice B

Coeficientes de difusión y tiempos de pérdida de coherencia

B.1 Supraóhmico en el límite de temperatura alta

Para poder calcular los coeficientes de la ecuación maestra Ec.(2.3) cuando la partícula de prueba está acoplada a un entorno supraóhmico, suponiendo que este último se encuentra a temperatura alta, es decir $\hbar\Lambda \ll k_B T$, usaremos la misma densidad espectral definida en la Ec.(2.26). Usando las definiciones de la Ec.(1.57), obtenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{D}(t)_{n=3} = & \frac{2M\gamma_0 k_B T}{2\pi(\Lambda + \Lambda^3 t^2)^2} \left\{ 4\Lambda^3 t \cos(\Omega t) + (1 + \Lambda^2 t^2) \Omega \left[-2\Lambda \sin(\Omega t) \right. \right. \\ & + (1 + \Lambda^2 t^2) \left(-i \cosh\left(\frac{\Omega}{\Lambda}\right) [\text{Ci}(\Omega(t - \frac{i}{\Lambda})) - \text{Ci}(\Omega(t + \frac{i}{\Lambda})) - i\pi] \right. \\ & \left. \left. - \sinh\left(\frac{\Omega}{\Lambda}\right) [\text{Shi}(\Omega(t - \frac{i}{\Lambda})) + \text{Shi}(\Omega(t + \frac{i}{\Lambda}))] \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.1)$$

y

$$\begin{aligned} f(t)_{n=3} = & 2Mk_B T \frac{\gamma_0}{\pi} \left\{ -\frac{\Omega \cos(\Omega t)}{\Lambda + \Lambda^3 t^2} - \frac{2\Lambda t \sin(\Omega t)}{(1 + \Lambda^2 t^2)} + \frac{1}{2\Lambda^2} \left[\Omega \left(2\Lambda \right. \right. \\ & - \Omega \left(\text{Ci}(\Omega(t - \frac{i}{\Lambda})) + \text{Ci}(\Omega(t + \frac{i}{\Lambda})) - \text{Ci}(\frac{-i\Omega}{\Lambda}) - \text{Ci}(\frac{i\Omega}{\Lambda}) \right) \sinh\left(\frac{\Omega}{\Lambda}\right) \\ & \left. \left. - i\Omega \cosh\left(\frac{\Omega}{\Lambda}\right) \left(-2i\text{Shi}\left(\frac{\Omega}{\Lambda}\right) - \text{Shi}(\Omega(t - \frac{i}{\Lambda})) + \text{Shi}(\Omega(t + \frac{i}{\Lambda})) \right) \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Los dos coeficientes que se derivan del núcleo de disipación, $\delta\Omega_{n=3}^2(t)$ and $\gamma(t)_{n=3}$, son similares a los que se calcularon en la Sección 2.3, para un entorno supraóhmico a temperatura cero, ya que este núcleo no depende de la temperatura del entorno (a diferencia

del núcleo de ruido). Con los coeficientes difusivos se puede estimar el coeficiente de visibilidad A_{int} (Ec.(2.21)) como hemos realizado para los entornos a temperatura cero. Con los coeficientes de las Ecs.(2.1) y (2.2), se puede estimar dicho coeficiente en el caso que $\Lambda t \ll 1$, según $A_{\text{int}} \approx (2Mk_B T L_0^2 \gamma_0) \Lambda t^2$. El tiempo de pérdida de coherencia t_D se calcula fácilmente, pidiendo $A_{\text{int}}(t_D) \sim 1$. De esta forma, se obtiene

$$t_D \sim \frac{1}{\Lambda} \sqrt{\frac{\Lambda}{(2Mk_B T L_0^2 \gamma_0)}}. \quad (2.3)$$

Sin embargo, si se cumple que $\Lambda t \geq 1$, el coeficiente de visibilidad puede ser estimado como $A_{\text{int}} \approx 2Mk_B T L_0^2 \gamma_0 / \Lambda$. Sorprendentemente, los efectos difusivos sólo serán importantes en este caso si $2Mk_B T L_0^2 \gamma_0 \gg \Lambda$, es decir si $A_{\text{int}} \geq 1$, lo cual debería ocurrir en un tiempo $t \leq 1/\Lambda$ (Ec.(2.3)). Además, si γ_0 es suficientemente chica, tal que $k_B T L_0^2 \gamma_0 < \Lambda$, entonces el coeficiente de visibilidad A_{int} nunca será de orden uno y los efectos de pérdida de coherencia en este caso no serán importantes. Podemos verificar nuestras estimaciones analíticas con

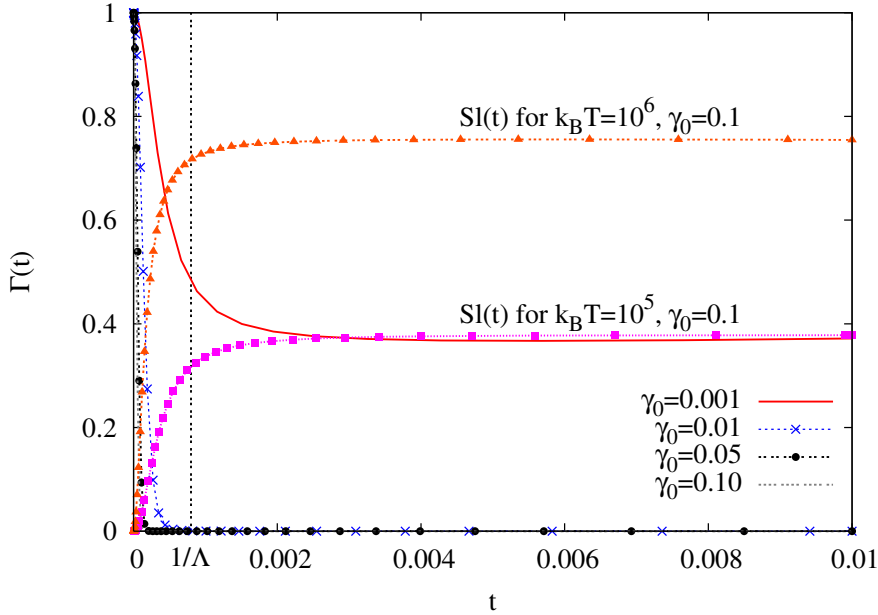


Fig. 2.1: Factor de pérdida de coherencia $\Gamma(t)$ del sistema Browniano acoplado a un entorno supraóhmico en el límite de temperatura alta. Los parámetros están medidos en unidades de la frecuencia natural Ω . Consideramos los casos $k_B T = 10^5$, $\Lambda = 2000$, $\Omega = 0.1$, $L_0 = 2$ para distintos valores de γ_0 . Además, se presenta el comportamiento de la Entropía lineal $Sl(t)$ para el valor más grande de γ_0 , tanto para $k_B T = 10^5$ como $k_B T = 10^6$. Este entorno es particularmente dependiente del valor de los parámetros del modelo y no resulta tan efectivo induciendo efectos difusivos en el sistema como el entorno óhmico.

la ayuda del la Figura 2.1. Las interferencias son efectivamente destruidas sólo para valores

relativamente “grandes” de γ_0 , si recordamos que trabajamos en el régimen subamortiguado. Por ejemplo, en la Fig.2.1, se puede observar que, si $\gamma_0 = 0.001$, el coeficiente $\Gamma(t)$ alcanza un valor final de 0.4, mientras que, si $\gamma_0 = 0.1$, este mismo coeficiente se hace finalmente cero en una escala temporal $t_D \sim 1/(\sqrt{\Lambda M \gamma_0 k_B T})$, implicando que la pérdida de coherencia es total en este último caso. Como mencionamos en la Sección 2.3, el proceso de pérdida de coherencia se debe únicamente a la “patada” inicial, después de la cual, el sistema permanece constante, como sugiere la Figura. Allí mismo, las curvas que muestran un comportamiento creciente, simulan la Entropía Lineal del sistema para los valores $\gamma_0 = 0.1$ cuando $k_B T = 10^5$ y $k_B T = 10^6$, respectivamente. En estos casos, el coeficiente $\Gamma(t) \approx 0$ para tiempos del orden $t < 1/\Lambda$. Si observásemos el patrón de interferencias para los valores de la Fig.2.1 y $\gamma_0 = 0.1$, no observaríamos franjas de interferencia. Sin embargo, si hiciéramos lo mismo para el caso en que $\gamma_0 = 0.001$ (manteniendo fijos los otros parámetros), entonces, las interferencias estarían apenas atenuadas, pero seguirían existiendo. Como, por lo que ya demostramos, el sistema luego permanece constante, las interferencias nunca desaparecerían para este caso.

B.2 Subóhmico en el límite de temperatura alta

Para el caso subóhmico los coeficientes difusivos, en el límite de alta temperatura son y $\Lambda/\Omega > 1$, se obtiene

$$\mathcal{D}(t)_{n=1/2} \simeq 4Mk_B T \frac{\gamma_0}{\pi} \left(\text{Si}((\Lambda - \Omega)t) + \text{Si}((\Lambda + \Omega)t) \right) \quad (2.4)$$

y

$$\begin{aligned} f(t)_{n=1/2} \simeq & 2Mk_B T \frac{\gamma_0}{\pi} \left(\text{Ci}((\Lambda - \Omega)t) - \text{Ci}((\Lambda + \Omega)t) \right. \\ & \left. - \log(\Lambda - \Omega) + \log(\Lambda + \Omega) \right). \end{aligned} \quad (2.5)$$

El factor de visibilidad, en el caso $\Lambda \gg \Omega$, puede ser fácilmente estimado a partir de los coeficientes y la Ec.(2.21) $A_{\text{int}} \approx 32/\pi ML_0^2 k_B T \gamma_0 t \text{Si}(\Lambda t)$. De esta forma, el tiempo de pérdida de coherencia que se obtiene es

$$t_D \sim 1/(16ML_0^2 K_B T) \quad (2.6)$$

En la Fig.2.2 presentamos la evolución temporal del factor de pérdida de coherencia $\Gamma(t)$ para diferentes valores de γ_0 y Λ . La dependencia con estos valores es similar a la registrada

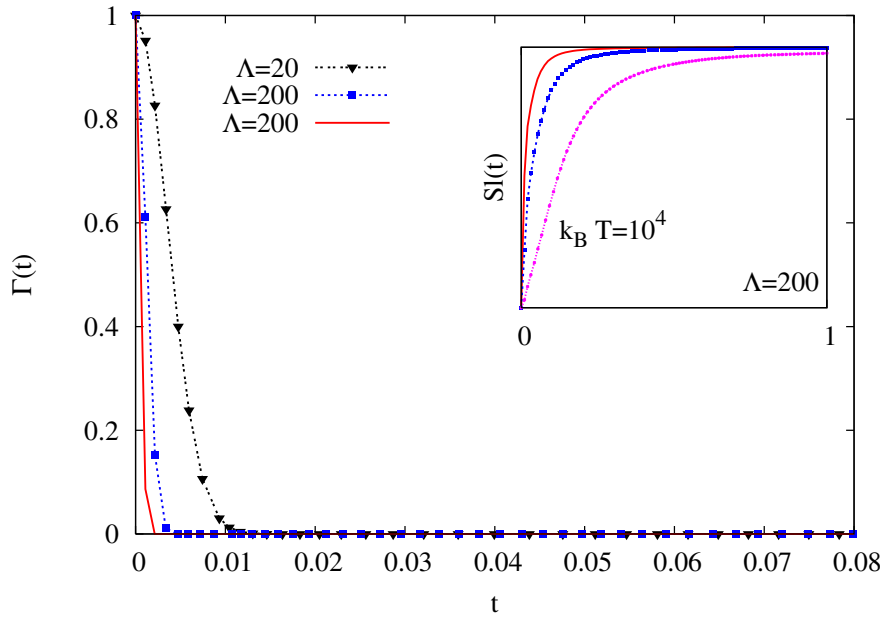


Fig. 2.2: Evolución temporal de la exponencial decreciente $\Gamma(t)$ del sistema acoplado a un entorno subóhmico a temperatura alta. Todos los parámetros están medidos en unidades de la frecuencia natural del sistema Ω . Consideramos los casos $\Omega = 0.1$, $L_0 = 2$, $\gamma_0 = 0.001$ (y $\gamma_0 = 0.005$ en el caso de la línea sólida del gráfico), $k_B T = 10^5$ (en el caso indicado $k_B T = 10^4$) para distintos valores de la frecuencia de corte Λ . En el recuadro, graficamos la evolución temporal de la Entropía lineal $Sl(t)$ para un valor fijo de la frecuencia de corte $\Lambda = 200$ y distintos valores de $k_B T$ y γ_0 .

en todos los casos anteriores: cuanto más grande es el acoplamiento con el entorno y más grande la frecuencia de corte, más rápido se hace cero el coeficiente $\Gamma(t)$ (línea sólida para $\Lambda = 200$ y $\gamma_0 = 0.005$). En el recuadro de la Figura, mostramos la evolución temporal de la Entropía lineal $Sl(t)$ para dos valores del gráfico principal ($\gamma_0 = 0.005$ y $\gamma_0 = 0.001$, siempre a $k_B T = 10^5$) y una curva adicional para el caso $\gamma_0 = 0.001$, $k_B T = 10^4$. Es fácil notar en dicha Figura, que la Entropía lineal alcanza un estado de saturación más temprano cuando la temperatura del baño y el acoplamiento con el mismo son mayores.

Bibliografía

- [1] W. H. Zurek, Phys. Rev. **D 24**, 1516 (1981).
- [2] W. H. Zurek, Phys. Rev. **D 26**, 1862 (1982).
- [3] W. H. Zurek, Physics Today **44**, 36 (1991)
- [4] R. Feynman y F. Vernon, Ann. Phys. (N. Y.) **24**, 118 (1963).
- [5] A. Stern, Y. Aharonov y Y. Imry, Phys. Rev. **A 41**, 3436 (1990).
- [6] H. Grabert, P. Schram y G.L. Ingold, Phys. Rep. **168**, 115 (1988).
- [7] B.L. Hu, J.P. Paz y Y. Zhang, Phys. Rev. **D 45**, 2843 (1993).
- [8] K. E. Nagaev y M. Buttiker, Europhys. Lett. **58** (4), 475 (2002).
- [9] A. N. Jordan y M. Buttiker, Phys. Rev. Lett **92**, 247901 (2004).
- [10] Fernando C. Lombardo y Paula I. Villar, Phys. Lett. **A 336**, 16 (2005).
- [11] Fernando C. Lombardo y Paula I. Villar, Phys. Lett. **A 371**, 190 (2007).
- [12] D. R. Dounas-Frazer, A. M. Hermundstad y L. D. Carr, Phys. Rev. Lett. **11**, 200402 (2007). D. R. Dounas-Frazer, A. M. Hermundstad y L. D. Carr, *Preprint quant-ph/0610166* (2006).
- [13] Y. Shin, G. B. Jo, M. Saba, T. A. Pasquini, W. Ketterle y D. E. Pritchard, Phys. Rev. Lett. **95**, 170402 (2005).
- [14] Nuno D. Antunes, Fernando C. Lombardo, Diana Monteoliva y Paula I. Villar, Phys. Rev. **E 73**, 066105 (2006).
- [15] Fernando C. Lombardo, Diana Monteoliva y Paula I. Villar, Journal of Physics: Conference Series **67**, 012067 (2007)

- [16] C. H. Chou, T. Yu y B. L. Hu, *Preprint*: quant-ph/ 0703088v1 (2007).
- [17] Fernando C. Lombardo y Paula I. Villar, Phys.Rev **A 72**, 034103 (2005).
- [18] Fernando C. Lombardo y Paula I. Villar, Int.J.Mod.Phys. **B 20**, 2951(2006).
- [19] Fernando C. Lombardo, Francisco D. Mazzitelli y Paula I. Villar, Phys. Rev. **A 72**, 042111 (2005).
- [20] Fernando C. Lombardo y Paula I. Villar, J. Phys. **A 39**, 1-8 (2006).
- [21] Fernando C. Lombardo y Paula I. Villar, Phys. Rev. **A 74**, 042311 (2006).
- [22] Fernando C. Lombardo y Paula I. Villar, International Journal of Modern Physics B, en prensa (2007).
- [23] Paula I. Villar y Fernando C. Lombardo, Journal of Phys.: Conference Series **67**, 012041 (2007).
- [24] F. Lombardo y F. D. Mazzitelli, Phys.Rev. D **53**, 2001 (1996).
- [25] Fernando C. Lombardo, Francisco D. Mazzitelli, Phys. Rev. **D 55**, 3889-3892 (1997).
- [26] Fernando C. Lombardo y Francisco D. Mazzitelli, Phys. Rev. **D 58**, 024009 (1998).
- [27] Fernando C. Lombardo, Francisco D. Mazzitelli y Jorge G. Russo, Phys. Rev. **D 59**, 064007 (1999).
- [28] Fernando C. Lombardo, "Transición Cuántico-Clásica en Teoría de Campos", Tesis Doctoral, FCEyN, UBA, 1998.
- [29] F. C. Lombardo, F. D. Mazzitelli y R. J. Rivers, Phys. Lett. **B 523**, 317 (2001).
- [30] R. J. Rivers, F. C. Lombardo y F. D. Mazzitelli, Phys. Lett **B 539**, 1 (2002).
- [31] F. C. Lombardo, F. D. Mazzitelli y R. J. Rivers, Nucl. Phys. **B 672**, 462 (2003).
- [32] F. C. Lombardo, R. Rivers y P. I. Villar, Phys. Lett **B 648**, 64 (2007).
- [33] P. Facchi, S. Pascazio y T. Yoneda, Open Systems and Information Dynamics **14**, 139 (2007).
- [34] B. Brezger *et al.*, Phys. Rev. Lett. **88**, 100404 (2002).

- [35] K. Hornberger, S. Uttenthaler, B. Brezger, L. Hackermuller, M. Arndt y A. Zeilinger, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 160401 (2003).
- [36] H.P.Breuer y F. Petruccione, *The theory of open quantum systems*. Oxford University Press (2002).
- [37] K. Lindenberg y B.J. West, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1370 (1983).
- [38] H. Carmichel, *An open system approach to quantum optics*. Springer Verlag, (1993).
- [39] W. G. Unruh y W. H. Zurek, *Phys. Rev.* **D40**, 1071 (1989).
- [40] A. O. Caldeira y A. J. Leggett, *Physica A* **121**, 587-616, (1983). A. O. Caldeira y A. J. Leggett, *Ann. Phys. (N.Y.)* **149**, 374 (1983).
- [41] V. Hakim y V. Ambegoakar, *Phys. Rev.* **A32**, 423 (1985).
- [42] F. Haake y R. Reibold, *Phys. Rev. A* **32**, 2462 (1985).
- [43] J. P. Paz, *The Physical Origin of Time Asymmetry*, ed. by J. Halliwell, J. Perez Mercader y W. Zurek (Cambridge University Press, Cambridge, 1994)
- [44] B. L. Hu, J. P. Paz y Y. Zhang, *Phys. Rev.* **D47**, 1576 (1993).
- [45] L. Dávila Romero y J. P. Paz, *Phys. Rev. A* **55**, 4070 (1997).
- [46] J. P. Paz y W. H. Zurek, *Environmet-induced decoherence and the transition from quantum to classical*, lectures at the 72nd Les Houches Summer School on "Coherent Matter Waves"; (1999). arXiv: quant-ph/0010011
- [47] G. W. Ford y R. F. O'Connell, *J. Optics* **B5**, S349 (2003).
- [48] Y. Imry, arXiv: cond-mat/0202044.
- [49] S. Sinha, *Phys. Lett. A* **228**, 1 (1997).
- [50] J.P. Paz, S. Habib y W.H. Zurek, *Phys. Rev. D* **47**, 488 (1993).
- [51] C. H. Fleming, B. L. Hu y A. Roura, *Solutions to Master Equations of Quantum Brownian Motion is a General Environment with External Force*; e-print: arXiv:0705.2766v1 [quant-ph].
- [52] A. J. Leggett, S. Chakravarty, A. T. Dorsey, M. P. A. Fisher, A. Garg y W. Zwerger, *Rev. Mod. Phys.* **59**, 1 (1987).

- [53] P. Sonnentag y F. Hasselbach, Braz. J. of Phys. **35**, 385 (2005); Phys. Rev. Lett. **98**, 200402 (2007).
- [54] Ning-Hua Tong y Matthias Vojta, Phys. Rev. Lett. **97**, 016802 (2006).
- [55] A. O. Caldeira y A. J. Leggett, Phys. Rev. Lett. **46**, 211 (1981); A.O. Caldeira y A.J. Leggett, Ann. Phys. **149**, 374 (1983).
- [56] U. Weiss, *Quantum Dissipative Systems*; World Scientific, Singapore (1993); J.M. Martinis, M.H. Devoret y J. Clarke, Phys. Rev. **B 35**, 4682 (1987); A. Wallraff, T. Duty, A. Lukashenko y A.V. Ustinov, Phys. Rev. Lett. **90**, 037003 (2003).
- [57] P. Hänggi, P. Talkner y M. Borkovek, Rev. Mod. Phys. **62**, 251 (1990).
- [58] S. Coleman, *Aspects of Symmetry*; Cambridge University Press, NY (1985).
- [59] J. Ankerhold y H. Grabert, Phys. Rev. Lett. **91**, 016803 (2003); E. Calzetta, A. Roura y E. Verdaguer, Phys. Rev. Lett. **88**, 010403 (2002).
- [60] W. A. Lin y L. E. Ballentine, Phys. Rev. **A 45**, 3637 (1992); R. Uttermann, T. Dittrich y P. Hänggi, Phys.Rev. **E49**, 273 (1994) ; T. Dittrich, B. Oelschlaegel y P. Hänggi, Europhys. Lett. **22**, 5 (1993); S. Kohler, R. Utermann, P. Hänggi y T. Dittrich; Phys.Rev. **E 58**, 7219 (1998).
- [61] D. Monteoliva y J. P. Paz, Phys. Rev. Lett, **85**, 3375 (2000); Phys. Rev. **E 64**, 056238 (2001).
- [62] Y. Shin, M. Saba, T.A. Pasquini, W. Ketterle, D. E. Pritchard y A. E. Leanhardt, Phys. Rev. Lett. **92**, 050405 (2004).
- [63] E. Anderson, T. Calarco, R. Folman, M. Anderson, B. Hessmo y Schmiedmayer, Phys. Rev. Lett **88**, 100401 (2002).
- [64] C. Menotti, J. R. Anglin, J. I. Cirac y P. Zoller, Phys. Rev. **A 63**, 023601 (2001).
- [65] L. Pitaevskii y S. Stringari, Phys. Rev. Lett. **87**, 180402 (2001).
- [66] O. V. Prezhdo y P. Rossky, Phys. Rev. Lett. **81**, 5294 (1998).
- [67] R. Blume-Kohout y W.H. Zurek, Phys. Rev. **A 68**, 032104 (2003).
- [68] F.C. Lombardo, F.D. Mazzitelli y D. Monteoliva, Phys. Rev. **D 62**, 045016 (2000).

-
- [69] N.D. Antunes, F.C. Lombardo y D. Monteoliva, Phys. Rev. **E64**, 066118 (2001).
- [70] Hans-Thomas Elze, *Vacuum-Induced Quantum Decoherence and the Entropy Puzzle*; hep-ph/9407377
- [71] K. Shiokawa y R. Kapral, J. Chem. Phys. **117**, 7852 (2002)
- [72] A. Venugopalan, Phys. Rev. **A 61**, 012102 (1999)
- [73] W.H. Zurek y J.P. Paz, Phys. Rev. Lett. **72**, 2508 (1994)
- [74] R. T. Hammond, Contemp. Phys. **36**, 103 (1995).
- [75] S. Pancharatnam, Proc. Indian Acad. Sci., Sect. **A 44**, 247 (1956).
- [76] T. Frankel, *The geometry of Physics*, Cambridge University Press, Cambridge, 2000.
- [77] M. V. Berry, Proc. Roy. Soc. **A 329**, 45 (1984).
- [78] Y. Aharonov y D. Bohm, Phys. Rev. **115**, 485 (1959).
- [79] Y. Aharonov y A. Casher, Phys. Rev. Lett. **53**, 319 (1984).
- [80] F. D. Mazzitelli, J. P. Paz y A. Villanueva, Phys. Rev. **A 68**, 062106 (2003).
- [81] C. C. Chong, D. I. Tsomokos y A. Vourdas, Phys. Rev. **A 66**, 033813 (2002).
- [82] A. Vourdas, Phys. Rev. **A 64**, 053814 (2001).
- [83] Jen-Tsung Hsiang y L. H. Ford, Phys. Rev. Lett. **92**, 250402 (2004).
- [84] J. Anandan, Phys. Rev. Lett. **85**, 1354 (2000).
- [85] Y. Aharonov, S. A. Pearle y L. Vaidman, Phys. Rev. **A 37**, 4052 (1988).
- [86] J. Schwinger, L. L. DeRaad, K. Milton y W. Tsai, *Classical Electrodynamics*, Advanced Book Program, Westview Press, 1998.
- [87] F. Hasselbach, Z. Phys. B: Condens. Matter **71**, 443 (1988).
- [88] D. W. Keith, C.R.Ekstrom, Q.A.Turchette y D.E.Pritchard, Phys.Rev.Lett. **66**, 2693 (1991).
- [89] T. Pfau, C. Kurtsiefer, C. S. Adams, M. Sigel y J. Mlynek, Phys. Rev. Lett. **71**, 3427 (1993).

-
- [90] D. M. Greenberger, D. K. A. twood, J. Arthur, C. G. Shull y M. Schlenker, Phys. Rev. Lett. **47**, 751 (1981).
- [91] R. E. Grisent, W. Schöllkopf, J. P. Toennies, G. C. Hegerfeldt y T. Köhler, Phys. Rev. Lett. **83**, 1755 (1999).
- [92] M. Bozic, D. Arsenovic y L. Vuskovic, Phys. Rev. **A 69**, 053618 (2004).
- [93] T. Qureshi y A. Venugopalan, quant-ph/0602052.
- [94] A. Viale, M. Vicari y N. Zanghi, Phys. Rev. A **68**, 063610 (2003).
- [95] D. F. Walls y G. J. Milburn, Phys. Rev. **A 31**, 2403 (1985).
- [96] L. Diosi, Europhys. Lett. **30**, 63 (1995).
- [97] B. Vacchini, Phys. Rev. Lett. **84**, 1374 (2000).
- [98] B. Vacchini, Phys. Rev. **E 63**, 066115 (2001).
- [99] K. Hornberger, J. E. Sipe y M. Arndt, Phys. Rev. A **70**, 053608 (2004).
- [100] D. Guilini, et. al., *Decoherence and the Appearance of a Classical World in Quantum Theory*, Springer, Berlin, 1996.
- [101] G. Falci *et al.*, Nature **407**, 355 (2000).
- [102] J. A. Jones, V. Vedral, A. Eckert y G. Castagnoli, Nature **403**, 869 (2000).
- [103] Y. Nakamura, Yu. A. Pashkin y J. S. Tsai, Nature **398**, 786 (1999).
- [104] P. Ao y D. J. Thouless, Phys. Rev. Lett. **70**, 2158 (1993).
- [105] X. -M. Zhu, E. Brändström y A. Sundqvist, Phys. Rev. Lett. **78**, 122 (1997).
- [106] P. Zanardi y M. Rasetti, Phys. Lett. **A 264**, 94 (1999).
- [107] E. Sjöqvist, A. K. Pati, A. Ekert, J. S. Anandan, M. Ericsson, D. K. L. Oi y V. Vedral, Phys. Rev. Lett. **85**, 2845 (2000).
- [108] K. Singh, D. M. Dong, K. Basu, J. L. Chen, y J. F. Du, Phys. Rev. A, **67**, 032106 (2003).
- [109] D. M. Tong, E. Sjöqvist, L. C. Kwek, y C. H. Oh, Phys. Rev. Lett. **93**, 080405 (2004).

- [110] R. S. Whitney, Y. Makhlin, A. Shnirman, y Y. Gefen, Phys. Rev. Lett. **94**, 070407 (2005).
- [111] G. M. Palma, K. Suominen y A. Ekert, Proc. R. Soc. London, Ser.A 452, 567 (1996); L. Viola y S. Lloyd, Phys. Rev. A **58**, 2733 (1998).
- [112] G. Falci, R. Fazio, G. M. Palma, J. Siewert y V. Vedral, Nature (London) **407**, 355 (2000).
- [113] X. X. Yi, D. M. Tong, L. C. Wang, L. C. Kwek y C. H. Oh, Phys. Rev. A **73**, 052103 (2006).
- [114] A. Ekert *et al.*, J. Mod. Opt. **47**, 2501 (2000).
- [115] J. Du, P. Zou, M. Shi, L. C. Kwek, J. Pan, C. H. Oh, A. Ekert, D. K.L. Oi, y M. Ericsson, Phys. Rev. Lett. **91**, 100403 (2003); I. Fuentes-Guridi, E. R. Livine, Phys. Rev. Lett. **94**, 020503 (2005).
- [116] A. Guth y S. Y. Pi, Phys. Rev **D32**, 1899 (1985).
- [117] R. J. Rivers y F. C. Lombardo, Int. J.Theor. Phys. **44**, 1855 (2005); R. J. Rivers y F. C. Lombardo, Brazilian Journal of Physics **35**, 397 (2005).
- [118] B. L. Hu, in *Relativity and Gravitation: Classical and Quantum*, J.C.D. Olivo et al (Eds.), World Scientific, Singapore (1991)
- [119] D. Boyanovsky, H. J. de Vega y R. Holman, Phys. Rev. **D49**, 2769 (1994); D. Boyanovsky, H. J. de Vega, R. Holman, D. -S. Lee y A. Singh, Phys. Rev. **D 51**, 4419 (1995); S. A. Ramsey y B. L. Hu, Phys. Rev. **D 56**, 661 (1997)
- [120] E. Moro y G. Lythe, Phys.Rev. **E 59** R1303 (1999).
- [121] R.B. Griffiths, J. Stat. Phys. **36**, 219 (1984)
- [122] R. Omnes, J. Stat. Phys. **53**, 893 (1988); Ann. Phys. **201**, 354 (1990); Rev. Mod. Phys. **64**, 339 (1992)
- [123] E. Calzetta y B. L. Hu, Phys. Rev. **D 35**, 495 (1987)
- [124] E. A. Calzetta, B.L. Hu y F. D. Mazzitelli, Phys. Rep. **352**, 459 (2001).
- [125] G. Karra y R. J. Rivers, Phys.Lett. B **414**, 28 (1997).

- [126] N. D. Antunes, P. Gandra, R. J. Rivers y A. Swarup, Phys. Rev. **D 73**, 085012 (2006);
N. D. Antunes, P. Gandra, and R. J. Rivers, Phys. Rev. **D 71**, 105006 (2005)
- [127] N. D. Antunes, L. M. A. Bettencourt y W. H. Zurek, Phys. Rev. Lett. **82**, 2824 (1999)
- [128] N. D. Antunes, F. C. Lombardo y D. Monteoliva, Phys. Rev. **E 64**, 066118 (2001);
Nuno .D. Antunes, Fernando.C. Lombardo, D. Monteoliva y Paula I. Villar, Phys. Rev. **E 73**, 066105 (2006)
- [129] F. C. Lombardo, F. D. Mazzitelli y D. Monteoliva, Phys. Rev. **D62**, 045016 (2000)
- [130] T. W. B. Kibble, Phys. Rep. **67**, 183 (1980)